



Банк России

**MARS: DSGE-модель с агентской,
региональной и отраслевой
неоднородностью**

Серия докладов об экономических исследованиях

№175 / Июль 2026

Шульгин А., Новак А.

Андрей Шульгин

Волго-Вятское ГУ Банка России, Экономическое управление

E-mail: andrei.shulgin@gmail.com

Анна Новак

Волго-Вятское ГУ Банка России, Экономическое управление

E-mail: ananova7@gmail.com

Серия докладов Банка России проходит процедуру анонимного рецензирования со стороны членов Консультативного исследовательского совета Банка России и внешних рецензентов.

Содержание настоящего доклада по экономическим исследованиям отражает личную позицию авторов. Результаты исследования являются предварительными и публикуются с целью стимулировать обсуждение и получить комментарии для возможной дальнейшей доработки материала. Содержание и результаты доклада не следует рассматривать, в том числе цитировать в каких-либо изданиях, как официальную позицию Банка России или указание на официальную политику или решения регулятора. Любые ошибки в данном материале являются исключительно авторскими.

Все права защищены. Воспроизведение представленных материалов допускается только с разрешения авторов.

107016, Москва, ул. Неглинная, 12

Официальный сайт Банка России: www.cbr.ru

© Центральный банк Российской Федерации, 2026

Резюме

В работе приведена DSGE модель (тип: KANK), позволяющая использовать информацию о неоднородности домашних хозяйств, отраслей и регионов. Мы демонстрируем, каким образом данная модель может быть использована для целей макроэкономического анализа с региональным разрезом, направленного на поддержку решения по ДКП. Модель оценивается байесовским методом на агрегированных рядах России, Волго-Вятского макрорегиона и зарубежной экономики для периода 2014–2025 года. Мы демонстрируем, что в приведенном варианте модели роль шоков, отвечающих за объяснение неоднородности, невелика. Вклад таких шоков в динамику агрегированных макроэкономических переменных не превышает 5%.

Ключевые слова: DSGE, KANK, денежно-кредитная политика, региональная неоднородность, отраслевая неоднородность, нерикарданские д/х.

JEL-коды: E10, E17, E37, E58.

Оглавление

Введение	5
Модель	8
Домашние хозяйства	12
Финансовый рынок	13
Оптимизация потребления д/х	15
Выбор д/х между видами благ	17
Рынок труда	19
Правительство	22
Фирмы	23
Инфляция	25
Центральный банк	29
Зарубежная экономика	30
Зарубежный спрос на продукцию отечественных фирм	32
Общее равновесие	33
Агрегирование	34
Траектория сбалансированного роста	35
Параметризация	36
Данные	36
Калибровка параметров	40
Байесовская оценка параметров	43
Проверки адекватности модели	56
Основные эластичности модели	56
Функции импульсного отклика	62
Декомпозиция динамики переменных на структурные шоки	71
Оценка качества прогнозирования	76
Продвинутая аналитика на основе оцененной DSGE-модели	82
Перманентные компоненты переменных	82
Региональный макроэкономический анализ	86
Вклад шоков неоднородности в динамику переменных	89
Заключение	92
Литература	93
Приложения	95
Приложение 1. Данные и прогноз	95
Приложение 2. Функции импульсного отклика	96
Приложение 3. In- и out-of-sample прогнозирование	107
Приложение 4. Декомпозиция дисперсии	108

Введение

Динамические стохастические модели общего равновесия (DSGE-модели) прочно заняли свою нишу в структурном анализе денежно-кредитной политики (ДКП). ДКП оперирует агрегированным инструментом для достижения агрегированных целей, поэтому простейшая DSGE-модель предполагает единообразие домохозяйств, фирм и не предполагает географии. Необходимо ли усложнение структуры модели? Несомненно, если мы хотим лучше понимать бизнес-цикл страны. Неоднородные элементы позволяют точнее описать механизмы трансмиссии шоков в модели, точнее идентифицировать сами шоки, то есть повысить качество структурного макроэкономического анализа.

Мы разрабатываем, оцениваем и анализируем DSGE-модель для анализа ДКП, основной акцент в которой делается на использовании информации о трех типах неоднородности. Первый тип связан с доступом домашних хозяйств к финансовому рынку. По традиции новых кейнсианских моделей с двумя типами агентов (TANK-моделей, см., например, Gali et al., 2007) мы предполагаем, что часть агентов ограничены в использовании инструментов финансового рынка для проведения оптимизации траектории потребления во времени. Второе, мы предполагаем, что домохозяйства и фирмы разделены географически на неидентичные регионы. Регионы неоднородны по размеру, структуре отраслей, параметрам д/х, характеристикам ценообразования фирм. Третье, мы предполагаем, что имеется отраслевая неоднородность, связанная как с возможностью фирм отрасли экспортировать товары, а, следовательно, с их реакцией на внешние шоки и валютный курс, так и с особенностями конкуренции и ценообразования в отраслях.

Разработанная модель имеет практический аспект: она создана для использования в среднесрочном прогнозировании инфляции, ВВП и других макропеременных для одного из региональных подразделений Банка России: Волго-Вятского Главного управления (ВВГУ) Банка России¹ для участия в предварительных совещаниях совета директоров (СД) Банка России. Далее мы анализируем параметризацию модели именно на примере ее использования для целей регионального макроэкономического анализа (в режиме двух регионов).

Практическая ориентация разрабатываемой модели означает, что она должна хорошо воспроизводить основные особенности бизнес-цикла малой открытой экспортно-ориентированной экономики в условиях ограничений на международные перетоки капитала. Модель также должна иметь необходимые свойства для проведения структурного анализа источников бизнес-цикла, а также построения условных прогнозов макропеременных. Акцент на неоднородности делается, с одной стороны, для того, чтобы иметь возможность использовать дополнительные источники агентской, региональной и отраслевой информации для повышения качества макроэкономического анализа. С другой стороны, чтобы использовать модель для анализа ДКП с учетом состояния регионального бизнес-цикла.

Мы консервативно подходим к трактовке темы неоднородности и, во-первых, исходим из того, что, сама по себе неоднородность не является проблемой, которую должны решать монетарные власти. Во-вторых, мы не экспериментируем с различными мерами неоднородности, которые могли бы рассматриваться как полезный индикатор для

¹ Региональная структура Банка России включает семь Главных управлений (ГУ): Северо-Западное ГУ, ГУ по Центральному федеральному округу, Южное ГУ, Волго-Вятское ГУ, Уральское ГУ, Сибирское ГУ и Дальневосточное ГУ.

целей ДКП. В нашей работе неоднородность – это возможность для монетарных властей учесть новую информацию для более точной идентификации бизнес-цикла и более качественного условного прогнозирования. При этом мы не исключаем, что учет неоднородности в стиле Benigno (2004) и Gelfer (2024)² мог бы повысить качество стабилизационной ДКП, но оставляем развитие данной темы на перспективу.

Включение неоднородных элементов в DSGE-модель (домашних хозяйств, фирм, регионов, рынков, инвесторов, банков и др.) является достаточно стандартным приемом, как для различных исследовательских постановок, так и для целей прикладного макроэкономического анализа. Вклад представленной работы в данную тему мы видим, во-первых, в том, чтобы свести три типа неоднородности в единый теоретический фрагмент одновременно. Для этого в модели заложена возможность взаимодействия между неоднородными элементами, реализованная с помощью нескольких каналов, через которые реализуются эффекты перелива (эффекты *spill-over*). Первый канал – это рынок благ, на котором блага, произведенные в различных отраслях, а также различных регионах, конкурируют друг с другом за покупателей. Второй канал – это рынок труда, на котором фирмы различных отраслей и регионов конкурируют за трудовые ресурсы д/х различных типов из разных регионов. Оба канала приводят к положительной связанности цен в региональном и отраслевом разрезе. Переменные, которые определяются на общестрановом уровне, например, ключевая ставка и курс иностранной валюты, также приводят к связанности различных неоднородных элементов друг с другом, создавая третий канал для *spill-over* эффектов. Во-вторых, в своей работе мы предлагаем стратегию оценки такой модели на основе доступной информации о трех типах неоднородности. В частности, при байесовской оценке параметров модели мы обосновываем ограничения на дисперсии шоков, которые позволяют оценивать общие шоки вместе с шоками, отвечающими за возникновение неоднородности. В-третьих, в своей работе мы делаем расчет вклада шоков, ответственных за объяснение возникновения неоднородности, в декомпозицию исторических российских макроэкономических рядов (квартальная частота) на структурные шоки, а также демонстрируем их вклад в дисперсию прогноза основных макропеременных.

Модель относится к классу региональных макроэкономических моделей общего равновесия. Несколько аналогичных по направлению использования полуструктурных моделей было разработано исследователями для нескольких макрорегионов (МР) России: Нелюбина (2021) для ЦФО, Крыжановский, Зыков (2022) для Уральского МР, Жураковский и др. (2024) для Дальневосточного МР. В отличие от вышеперечисленных работ для оценки бизнес-цикла Волго-Вятского МР мы используем DSGE-методологию, что позволяет вводить в модель более разнообразные микрообоснованные межрегиональные эффекты перелива.

С точки зрения методологии мы используем DSGE-модель типа KANK (k-агентская новая кейнсианская модель: см., например, Eskelinen, 2021) с той лишь поправкой, что неоднородность касается не только k групп домашних хозяйств, но также регионов и отраслей. Более принципиальным считается подход к исследованию роли неоднородности, с применением моделей с гетерогенными агентами (типа HANK: см., например, Kaplan et al., 2018), в которых имеется возможность приписать каждому агенту свои уникальные

² Которые включают информацию о неоднородных элементах в правило монетарной политики.

характеристики. С одной стороны, мы не используем данную технологию анализа потому, что базовая модель, а также ее параметризованная версия с тремя типами неоднородности призваны решать задачи прикладного характера³. С другой стороны, мы исходим из того, что основные результаты HANK-моделей могут быть воспроизведены с помощью технологии KANK (см., например, Debortoli, Gali, 2017; Bilbiie, 2020).

Байесовскую оценку параметров модели мы проводили для РФ на историческом интервале 2014–2025 годов. Набор информации о неоднородных элементах мы ограничили рядами, типичными для задачи регионального макроэкономического анализа: пять рядов, характеризующих Волго-Вятский макрорегион⁴; ряд потребления домохозяйств с низким уровнем дохода; три ряда, характеризующие две отрасли РФ: услуг (цены и объемы) и добычи (объемы). Важной особенностью оценки является использование перманентных шоков, призванных отразить влияние структурных изменений экономики РФ на бизнес-цикл. Вслед за Aguiar and Gopinath (2007) мы отмечаем существенный вклад перманентных шоков не только в низкочастотную, но и в высокочастотную динамику переменных (принцип «тренд генерирует цикл»). Мы заложили в оценку структурный взгляд на долгосрочную динамику экономики РФ: оценка долгосрочных темпов роста ВВП, зарплаты, потребления, рабочей силы, оценка величины нейтральной ставки производится совместно с байесовской оценкой глубоких параметров модели.

Мы обнаружили, что лишь небольшая доля дисперсии прогноза инфляции (3–3,5%) и выпуска (3,5–4%) РФ связана с шоками, которые мы смогли ассоциировать с шоками неоднородности. Эта оценка оказалась ниже, чем у Deryugina et al. (2019). Кроме того, что для оценки была использована другая методология, основное объяснение состоит в том, что на выбранном историческом интервале 2016–2025 гг. доминировали общие и внешние шоки: в пандемию COVID-19 – это общие плюс внешние шоки спроса и предложения; а период 2022–2025 гг. – это общие шоки спроса, предложения, госсектора, рынка труда и торгового баланса. Внешние биржевые шоки предложения нефти и материалов (ресурсов) также оказывали существенное влияние на всем историческом диапазоне. На фоне таких сильных возмущений, достаточно стабильно возникающие, но относительно небольшие по силе воздействия на агрегированные переменные, шоки агентской, региональной и отраслевой неоднородности оказались малозаметными. Второе объяснение полученного незначительного вклада шоков неоднородности в прогноз агрегированных рядов состоит в том, что при оценке использовался ограниченный объем информации о неоднородности экономики РФ⁵. Чтобы получить более реалистичную оценку вклада шоков неоднородности, необходимо использовать полный набор региональной и отраслевой информации.

Работа состоит из четырех частей. В первой части мы описываем DSGE-модель с тремя типами неоднородности. Во второй части производится параметризация модели. Третья часть посвящена проверке адекватности оцененной модели. В четвертой части мы

³ Это накладывает определенные операционные ограничения на модель, которые на данном этапе не дают возможности использовать технологию анализа HANK-моделей.

⁴ Волго-Вятский макрорегион состоит из 11 субъектов РФ с населением около 13% от населения РФ, производящих около 10% ВВП РФ и имеющих достаточно близкую РФ в целом структуру экономики с акцентом на отраслях машиностроения.

⁵ В этом наш расчет сильно расходится с подходом Deryugina et al. (2019), в котором использовался полный набор региональных и отраслевых данных о ценах.

проводим несколько полезных упражнений с моделью, а также выявляем вклад неоднородности в дисперсию макропеременных.

Модель

Рассмотрим малую открытую экономику (рис. 1), состоящую из N_r регионов (индекс r). В каждом регионе присутствует отраслевая дифференциация фирм (N_m секторов с индексом m). В общем случае отрасли различаются по величине издержек транспортировки в другой регион или страну (торгуемые и неторгуемые), а также принципу ценообразования и типу конкуренции. В используемой для параметризации версии модели отечественные фирмы производят торгуемые (T) и неторгуемые (N) блага, услуги ЖКХ (S) и нефть (O). Все неторгуемые блага и услуги ЖКХ, произведенные в каждом регионе, потребляются внутри данного региона. Произведенные в регионе r торгуемые блага (H) частично потребляются внутри данного региона (C_{rrH}), частично потребляются в других регионах страны q (C_{rqH}), частично экспортируются за границу (X_{rH}). Вся произведенная нефть экспортируется (X_{rO}).

Импорт каждого региона отечественной экономики состоит из двух частей. Первая часть включает импорт однородных благ, которые отечественные фирмы-импортеры (F) превращают в дифференцированные конечные блага и продают на рынке монополистической конкуренции (Y_{rF}). Вторая часть – это импорт однородных материалов (ресурсов), которые отечественные фирмы-упаковщики (R) превращают в дифференцированные промежуточные блага и продают отечественным фирмам-производителям всех отраслей. В производственную функцию типа Кобба – Дугласа всех отраслей входят: агрегат труда (L_r), капитал (K_r) и материалы (ресурсы R_r). На схеме (рис. 1) данные потоки материалов от домашних хозяйств к фирмам каждого региона и в виде прибыли обратно не приведены: они стандартные, а схема имеет географический аспект взаимодействия агентов.

Неторгуемые (N_r), торгуемые (H_r и F_r), блага, включая экспортируемые блага X_{rH} , а также промежуточные блага (R_r) реализуются на рынках монополистической конкуренции по модели ценообразования Calvo (1983) с индексацией на предыдущую инфляцию по ИПЦ. На всех рынках используется принцип установление цен в местной валюте (local currency pricing, LCP). Цена в нефтяной отрасли зависит от международной цены на нефть, с учетом параметра, характеризующего степень их государственного регулирования (стабилизации около стационарного уровня). Цены в отрасли ЖКХ также регулируются государством, для чего мы определяем динамику относительных цен отрасли S региона r (по отношению к ИПЦ своего региона) как процесс авторегрессии первого порядка.

Домохозяйства (д/х) каждого региона подразделяются на N_j групп (индекс j). Все д/х мы разделяем на два типа: рикардианские (n) и нерикардианские (h) д/х⁶. В параметризованной версии модели каждому типу д/х соответствует одна группа. Д/х предлагают свои дифференцированные услуги на рынках труда всех регионов. Труд каждой группы д/х j из каждого региона r является несовершенным субституту труду д/х той же группы j из другого региона $q \neq r$. Заработная плата для каждой группы д/х каждого региона устанавливается по модели Кальво с индексацией на предыдущую инфляцию

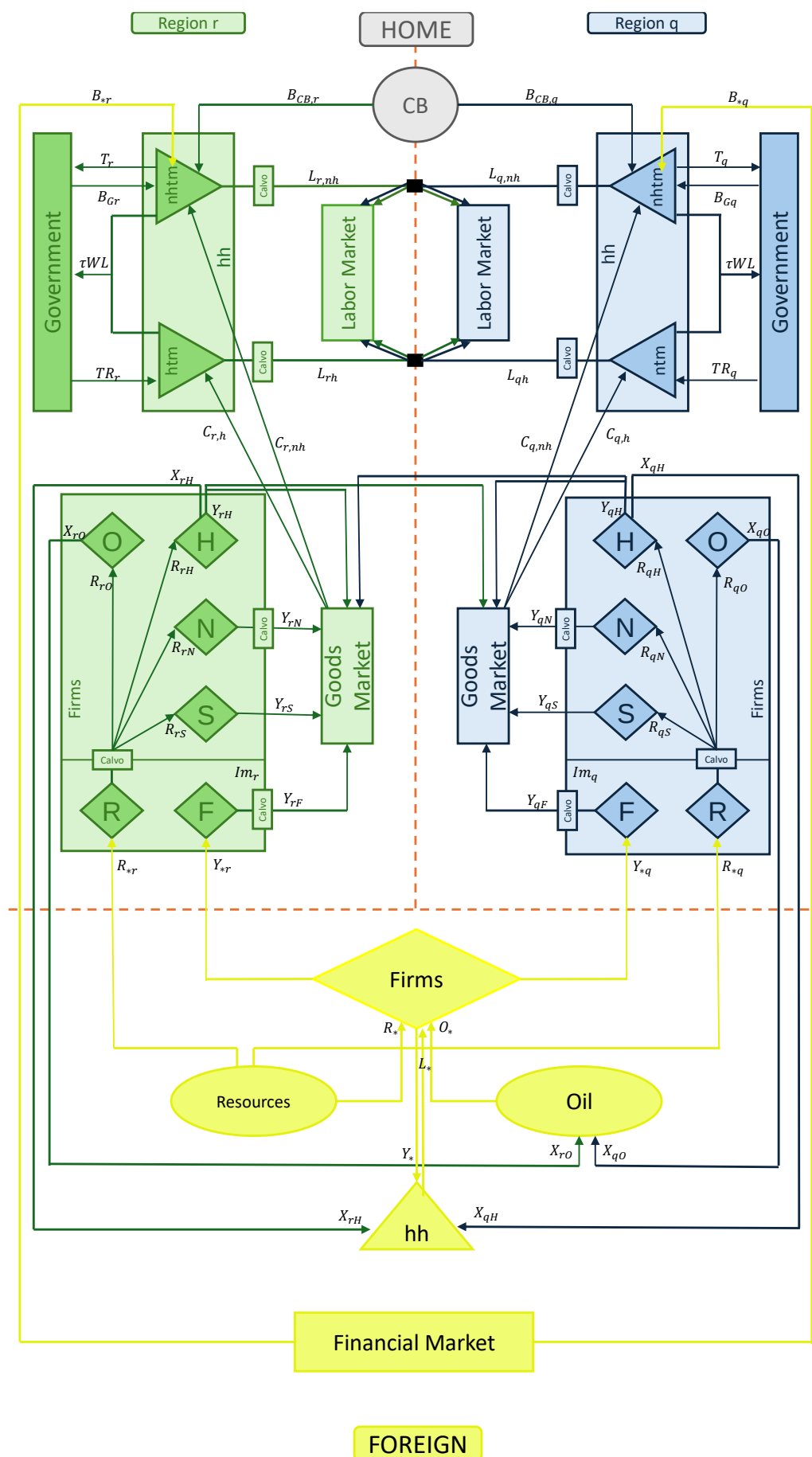
⁶ От англ. hand-to-mouth (h), обозначающего такой тип существования индивида или д/х, когда денег хватает только на еду.

своего региона. Фирмы региона r отрасли m решают задачу минимизации издержек, определяя свой спрос на труд для каждой группы $d/x\ j$. В итоге на рынке труда происходит монополистическая конкуренция между d/x одной группы на рынках труда каждого региона при условии оптимального распределения спроса на труд d/x разных групп, которое производят фирмы всех отраслей во всех регионах.

В модели введены два канала региональных эффектов перелива (эффектов *spill-over*): через рынок благ и через рынок труда. Переток торгуемых благ между регионами создает эффект перелива через рынок благ. Этот эффект создает положительную связанность региональных цен. При этом корреляция региональных выпусков будет зависеть от того, какой региональный шок вызвал рост цен в одном регионе. Например, положительный шок спроса на блага в одном регионе выливается в рост спроса в другом регионе и создает положительную связь между выпусками регионов. Напротив, положительный шок предложения благ в одном регионе, приведет к снижению спроса в другом регионе и будет сдвигать корреляцию ВРП регионов в отрицательную область.

Переток трудовых ресурсов между регионами создает положительную связанность региональных заработных плат. Если рост зарплат связан с ростом экономической активности (шоки совокупного спроса и предложения), то действие данного канала будет аналогично эффекту через рынок благ. Если же рост зарплат происходит в результате шоков на рынке труда, то шоки на рынке труда одного региона (формально шоки со стороны совокупного предложения) приводят к перетоку трудовых ресурсов между регионами и, как результат, отрицательной связанности ВРП регионов. Сила каждого из эффектов перелива задается в модели с помощью параметра, который определяет «региональное смещение» спроса в пользу благ (труда) из своего региона. В предельном случае, когда фирмы предпочитают блага (труд) исключительно из своего региона, эффекты перелива исчезают.

Рис. 1. Взаимодействие агентов модели (аспект географии)ё



Отраслевые эффекты перелива аналогично региональным эффектам распространяются через каналы рынка благ и рынка труда за счет эффектов конкуренции: шоки, происходящие в одной отрасли, воздействуют на спрос и предложение в других отраслях, создавая межотраслевую связанность цен и объемов. Наконец, конкуренция на рынке труда создает эффекты перелива на уровне д/х.

Еще один канал для эффектов перелива возникает из-за того, что шоки, возникающие в одном регионе или одной отрасли, приводят к изменению агрегированных величин, которые определяют функционирование других регионов или отраслей. Например, рост спроса в одном регионе (отрасли) приводит к росту цен во всей стране и побуждает монетарные власти повысить ставку, что снижает спрос в остальных регионах (отраслях).

Традиционно для производственных функций с капиталом вводятся издержки подстройки инвестиций (квадратичная функция, не влияющая на стационарное состояние).

Зарубежная экономика моделируется с помощью Новой кейнсианской модели закрытой экономики. В производственную функцию типа Кобба – Дугласа входит труд, а также материалы (R^*) и нефть (O^*). Симметрично входящие в производственную функцию для зарубежной экономики R^* и O^* по-разному влияют на отечественную экономику. Рост международных цен на продукцию отечественного экспорта (O^*) приводит к укреплению национальной валюты, росту потребления, дохода, снижению инфляции и ставки. Рост международных цен на продукцию отечественного импорта (R^*) приводит к прямо противоположным последствиям. При этом внешние шоки, не связанные с предложением R^* и O^* и симметрично влияющие на их цены, будут оказывать незначительное воздействие на отечественную экономику через канал платежного баланса (эффекты, возникающие в результате изменения цен нефти и ресурсов, будут в значительной степени компенсировать друг друга). Переменные зарубежной экономики инвариантны к динамике отечественной экономики.

Мы вводим в модель издержки подстройки объема зарубежных активов/долгов, а также издержки отклонения зарубежных активов/долгов от своего долгосрочного уровня. Вследствие немгновенной подстройки финансового счета будут возникать отклонения от выполнения непокрытого процентного паритета, зависящие от колебаний торгового баланса. В результате колебания экспорта и импорта кроме прямого эффекта на совокупный спрос отечественных фирм, создают противоположный по знаку эффект на спрос через канал валютного курса. Например, если под действием шоков спроса растет экспорт при постоянном импорте, отечественная валюта укрепится, что создаст противоположный изначальному шоку эффект на совокупный спрос. Аналогично шок спроса на импорт ослабит национальную валюту и поддержит спрос на отечественные товары. Таким образом, валютный курс в плавающем режиме выполняет традиционную роль автоматического стабилизатора.

Все финансовые рынки являются неполными. Мы вводим *ad hoc* функции премий за риск, роль которых состоит в том, чтобы объяснить расхождения между наблюдаемыми ставками процента, а также обеспечить единственность и устойчивость решения модели.

Правительство управляет государственными расходами G_t , приобретая общественные блага на открытом рынке. Правительство собирает налоги на заработную плату по единой ставке τ , а также выдает аккордные трансферты д/х типа h , забирая в виде аккордных налогов средства у более богатых д/х типа n . Дефицит бюджета финансируется за счет выпуска ценных бумаг, которые равномерно распределяются между всеми д/х типа

n . Стабильность фискальной сферы достигается за счет положительной обратной связи государственных расходов с накопленным объемом государственного долга.

Центральный банк управляет ключевой ставкой, которая следует правилу Тейлора с инерцией и ориентацией на ожидаемую годовую инфляцию через три квартала. Ключевая ставка задает уровень всех остальных ставок в экономике с точностью до функций премии за риск. Эффекты *spill-over* через региональные финансовые рынки игнорируются.

Домашние хозяйства

Предположим, что в каждом регионе r имеются N_j групп д/х (индекс группы j). Внутри каждой группы домохозяйства однородны. Функция полезности д/х:

$$U_{rjt} = \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \exp(u_{\beta rt+s} + u_{\beta jt+s} + u_{\beta t+s}) \Lambda_{rjt+s} \quad (1)$$

где:

β – субъективный дисконт;

$u_{\beta rt}$, $u_{\beta jt}$ и $u_{\beta t}$ – AR(1) процессы, задающие межвременные предпочтения на уровне региона, группы д/х и страны в целом соответственно:

$$u_{\beta rt} = \rho_{\beta r} u_{\beta rt-1} + \varepsilon_{\beta rt}, \quad \rho_{\beta r} \in [0, 1] \quad (2a)$$

$$u_{\beta jt} = \rho_{\beta j} u_{\beta jt-1} + \varepsilon_{\beta jt}, \quad \rho_{\beta j} \in [0, 1] \quad (2b)$$

$$u_{\beta t} = \rho_{\beta} u_{\beta t-1} + \varepsilon_{\beta t}, \quad \rho_{\beta} \in [0, 1] \quad (2c)$$

где:

$\varepsilon_{\beta rt}$, $\varepsilon_{\beta jt}$ и $\varepsilon_{\beta t}$ – шоки межвременных предпочтений⁷; $\rho_{\beta r}$, $\rho_{\beta j}$ и ρ_{β} – соответствующие коэффициенты авторегрессии шоков межвременных предпочтений;

Λ_{rjt} – мгновенная функция полезности, имеющая для д/х h/h ⁸ вид:

$$\Lambda_{rjt}(h/h) = \frac{\left(\frac{C_{rjt}(h/h)}{N_t} - h \frac{C_{rjt-1}}{N_{t-1}}\right)^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{L_{rjt}^{1+\kappa}(h/h)}{1+\kappa}, \quad (3)$$

где:

$C_{rjt}(h/h)$ – потребление д/х h/h группы j региона r ;

N_t – количество работников, относящихся к одному д/х;

L_{rjt} – отработанные одним работником данного д/х часы;

σ – параметр, обратный эластичности межвременного замещения потребления;

κ – величина, обратная эластичности предложения труда по Фришу;

h – параметр внешних привычек в потреблении.

Все группы д/х разделим на две типа: n – рикардянские д/х; h – нерикардянские д/х. Параметры функции полезности предполагаются одинаковыми для обоих типов д/х и для всех регионов отечественной экономики.

Домохозяйства типа n каждого региона принимают решения относительно потребления и сбережения, спроса/предложения заемных средств в отечественной и иностранной валюте, предложения труда в каждом регионе, ценообразования принадлежащих им фирм, инвестиций в капитал фирм.

⁷ Здесь и далее шоком называем случайный процесс с нулевым матожиданием, ненулевой дисперсией, который используется для введения экзогенных факторов, определяющих динамику системы. Все шоки в модели относятся либо к региону (индекс r), либо к д/х (индекс j), либо к отрасли (индекс m), либо к типу благ (индекс k), либо к стране в целом (без дополнительного индекса), либо к зарубежной экономике (со звездочкой $*$).

⁸ Во всех формулах, где это уместно, мы опускаем индекс д/х и фирмы, если все элементы данного типа однородные.

Бюджетное ограничение домашнего хозяйства типа n региона r :

$$P_{crt}C_{rnt} + T_{0rnt} + S_t B_{rnt-1}^* (1 + i_{rnt-1}^*) + B_{rnt-1} (1 + i_{rnt-1}) + \frac{1}{(1-\lambda_{rh})} B_{rt} + S_t P_t^* Adj_{B^*t} = (1 - \tau) W_{rnt} N_t L_{rnt} + \frac{1}{(1-\lambda_{rh})} \left\{ \sum_{m=1}^{N_m} (P_{rmt} Y_{rmt} - W_{rmt} N_t L_{rmt} - P_{crt} I_{rmt} - \frac{\varphi-1}{\varphi} S_t P_{Rt}^* P_t^* R_{rmt}) \right\} + (P_{rFt} - S_t MC_t^* P_t^*) Y_{rFt} + (S_t P_{rHt}^* - P_{rHt}) X_{rHst} + B_{rt-1} (1 + i_{rt-1}) + S_t B_{rnt}^* + B_{rnt} \quad (4)$$

где:

P_{crt} – ИПЦ региона;

T_{0rnt} – аккордные налоги на д/х;

S_t – курс иностранной валюты;

B_{rnt}^* – долги д/х в иностранной валюте;

i_{rnt}^* – ставка заимствования д/х за рубежом;

B_{rnt} – долги д/х в отечественной валюте;

i_{rnt} – ставка заимствования д/х в отечественной валюте;

B_{rt} – объем выпущенных правительством облигаций;

λ_{rh} – доля д/х типа h в регионе r ;

Adj_{B^*t} – реальные издержки подстройки зарубежных долгов;

W_{rnt} – номинальная заработная плата д/х типа n ;

L_{rnt} – отработанные д/х типа n часы;

P_{rmt} – цена благ отрасли m ;

Y_{rmt} – объем производства отрасли m ;

W_{rmt} – номинальная заработная плата в отрасли m ;

L_{rmt} – объем труда, занятый в отрасли m ;

I_{rmt} – инвестиции в отрасли m ;

P_{Rt}^* – реальная цена материалов на внешнем рынке;

P_t^* – зарубежный ИПЦ;

R_{rmt} – объем материалов, используемых в отрасли m ;

P_{rFt} – цена импортных благ;

MC_t^* – реальные предельные издержки производства импортных благ;

Y_{rFt} – объем потребления импортных благ;

P_{rHt}^* – цена отечественных торгуемых благ для зарубежного рынка (в единицах иностранной валюты);

X_{rHst} – объем экспорта торгуемых благ;

i_{rt} – доходность государственных облигаций.

Домохозяйства типа h каждого региона потребляют весь свой [трудовой] доход после уплаты налогов и получения трансфертов, а также выбирают предложение труда в каждом регионе. Бюджетное ограничение д/х типа h :

$$P_{crt}C_{rht} + T_{0rht} = (1 - \tau) W_{rht} N_t L_{rht}. \quad (5)$$

Финансовый рынок

В работе используется подход неполного финансового рынка: все функции, определяющие разницу в доходностях финансовых активов, задаются ad hoc. Д/х типа n имеют на балансе три типа финансовых активов. Два финансовых актива в отечественной валюте: государственные облигации и прямые заимствования/вложения у ЦБ являются

абсолютными субститутами, поэтому предполагаем, что для оптимизации потребления во времени д/х может использовать два финансовых инструмента: в отечественной валюте с доходностью i_{rnt} и в иностранной валюте с доходностью i_{rnt}^* .

Ликвидный отечественный финансовый инструмент мы моделируем упрощенно, предполагая, что ЦБ устанавливает ключевую ставку i_{kt} , а ставка заимствования/вложения средств для д/х разных регионов может отличаться от i_{kt} на величину премии за риск rp_{rnt} :

$$i_{rnt} = i_{kt} + rp_{rnt} \quad (6)$$

Премия за риск для д/х группы $j \in n$ региона r задана ad hoc функцией от накопленных ими активов A_{rnt} по сравнению с аналогичным показателем данной группы для страны в целом A_{nt} :

$$rp_{rnt} = -\psi_i \left\{ \frac{A_{rnt} - \bar{A}_{rn}}{\bar{C}_{rn}} - \frac{A_{nt} - \bar{A}_n}{\bar{C}_{rn}} \right\} + u_{irt} + u_{ijt} + u_{it}, \quad (7)$$

где:

$\psi_i \geq 0$ – полуэластичность премии за риск по объему активов;

A_{rnt} – объем реальных активов (+) /долгов (-) д/х региона r ;

A_{nt} – объем реальных активов (+) /долгов (-) д/х страны в целом;

$\bar{A}_{rn}$ – переменные с верхней чертой обозначают стационарные значения переменных;

u_{irt} , u_{ijt} и u_{it} – AR(1) процессы:

$$u_{irt} = \rho_{ir} u_{irt-1} + \varepsilon_{irt}, \quad \rho_{ir} \in [0, 1] \quad (8a);$$

$$u_{ijt} = \rho_{ij} u_{ijt-1} + \varepsilon_{ijt}, \quad \rho_{ij} \in [0, 1] \quad (8b);$$

$$u_{it} = \rho_i u_{it-1} + \varepsilon_{it}, \quad \rho_i \in [0, 1] \quad (8c);$$

где:

ε_{irt} , ε_{ijt} и ε_{it} – шоки ставки заимствования/вложения средств д/х;

ρ_{ir} , ρ_{ij} и ρ_i – соответствующие коэффициенты авторегрессии шоков ставки заимствования/вложения средств.

Реальные активы д/х:

$$A_{rnt} = \frac{1}{(1-\lambda_{rh}) P_{crt}} \frac{B_{rt}}{P_{crt}} - \frac{B_{rnt}}{P_{crt}} - Q_t \frac{P_{ct}}{P_{crt}} \frac{B_{rnt}^*}{P_t^*}, \quad (9)$$

где:

$Q_t \equiv \frac{S_t P_t^*}{P_{ct}}$ – реальный курс иностранной валюты;

P_{ct} – уровень ИПЦ страны.

Реакция премии за риск на активы д/х региона r обеспечивает устойчивость решения для мультирегиональной модели, предотвращая избыточное накопление/заимствование активов в регионе r (другие варианты решения подобной проблемы см. Schmitt-Grohe and Uribe, 2003)⁹.

При операциях с зарубежными долгами/активами B_{rnt}^* д/х несут издержки подстройки Adj_{B^*t} . Мы предполагаем, что издержки связаны как с отклонением от стационарного уровня $B_{rnt}^* - \bar{B}_{rn}^*$ (обоснование в стиле Gabaix, Maggiori, 2015), так и с величиной прироста $B_{rnt}^* - B_{rnt-1}^*$ (обоснование – транзакционные издержки, связанные с объемом покупки/продажи зарубежных ценных бумаг):

⁹ Нормировка активов д/х идет на величину стационарного потребления $\bar{C}_{rn}$, а не самих активов $\bar{A}_{rn}$, исключительно для удобства восприятия коэффициента $\psi_i \geq 0$, так как $\bar{A}_{rn} < 0$.

$$Adj_{B^*t} = \left\{ \frac{\psi_{B^*}}{2} \left(\frac{\frac{B_{rnt}^* - \bar{b}_{rn}^*}{P_t^*}}{\bar{b}_{rn}^*} \right)^2 + \frac{\psi_{\Delta B^*}}{2} \left(\frac{\frac{B_{rnt}^* - B_{rnt-1}^*}{P_t^* - P_{t-1}^*}}{\bar{b}_{rn}^*} \right)^2 \right\} \bar{b}_{rn}^*, \quad (10)$$

где ψ_{B^*} и $\psi_{\Delta B^*}$ – параметры функции издержек, связанные с отклонением текущего уровня реальных долгов $\frac{B_{rnt}^*}{P_t^*}$ от своего стационарного уровня $\bar{b}_{rn}^*$ и от предыдущего уровня $\frac{B_{rnt-1}^*}{P_{t-1}^*}$ соответственно.

Немгновенная подстройка зарубежных финансовых активов/долгов приводит к возникновению дифференциала процентных ставок отечественной и зарубежной экономики, то есть к отклонению от условия непокрытого процентного паритета. Величина дифференциала процентных ставок оказывается функцией от текущего $\frac{B_{rnt}^* - \bar{B}_{rn}^*}{\bar{B}_{rn}^*}$, прошлого $\frac{B_{rnt-1}^* - \bar{B}_{rn}^*}{\bar{B}_{rn}^*}$ и ожидаемого будущего $\frac{E_t B_{rnt+1}^* - \bar{B}_{rn}^*}{\bar{B}_{rn}^*}$ отклонений уровня зарубежных долгов от своего стационарного уровня (см. условие оптимизации потребления д/х с помощью иностранных активов).

Ставка процента, под которую д/х могут занимать за рубежом, зависит от ставки зарубежного ЦБ i_t^* , введенной выше премии за риск rp_{rnt} и шока внешних заимствований u_{rpt} :

$$i_{rnt}^* = i_t^* + rp_{rnt} + u_{rpt} \quad (11)$$

где:

u_{rpt} – AR(1) процесс:

$$u_{rpt} = \rho_{rp} u_{rpt-1} + \varepsilon_{rpt}, \quad \rho_{rp} \in [0, 1] \quad (12)$$

где:

ε_{rpt} – шок ставки зарубежных заимствований/вложений средств д/х;

ρ_{rp} – коэффициент авторегрессии шоков ε_{rpt} .

Мы предполагаем, что государственные ценные бумаги B_{rt} являются абсолютным субститутам прямым заимствованиям/вложениям под ставку i_{rnt} , поэтому доходность государственных ценных бумаг:

$$i_{rt} = i_{rnt} \quad (13)$$

Подстройка объема активов д/х к их потребительскому поведению в рамках бизнес-цикла происходит за счет объема зарубежных долгов B_{rnt}^* . Возможность покупать отечественные активы ограничена предложением ценных бумаг со стороны правительства и предложением ликвидности со стороны отечественного финансового рынка, которое мы задаем через условие на агрегированный объем отечественных кредитов/заимствований д/х со стороны ЦБ:

$$B_{nt} = \rho_B B_{nt-1} + \varepsilon_{Bt} \quad (14)$$

где:

ε_{Bt} – шок объема отечественных заимствований/вложений д/х;

ρ_B – коэффициент авторегрессии шоков ε_{Bt} .

Оптимизация потребления д/х

Условие первого порядка для динамики потребления д/х типа $j \in n$, с использованием отечественных финансовых активов:

$$\beta_{adj} E_t \left\{ \frac{(1+i_{rjt})}{(1+\pi_{crt+1})} \frac{\exp(u_{\beta rt+1}+u_{\beta jt+1}+u_{\beta t+1})}{\exp(u_{\beta rt}+u_{\beta t})} \frac{N_t}{N_{t+1}} \frac{\Lambda_{Crjt+1}}{\Lambda_{Crjt}} \right\} = 1, \quad j \in n \quad (15)$$

где:

$$\Lambda_{Crjt} \equiv \frac{\partial \Lambda_{rjt}}{\partial C_{rjt}} = \left(\frac{C_{rjt}}{N_t} - h \frac{C_{rjt-1}}{N_{t-1}} \right)^{-\sigma} - \text{предельная полезность от дополнительного}$$

потребления д/х типа n региона r ;

$$\pi_{crt} \equiv \frac{P_{crt} - P_{crt-1}}{P_{crt-1}} - \text{темпы инфляции потребительских цен};$$

β_{adj} – скорректированный дисконтный множитель:

$$\beta_{adj} = \beta \exp(-n - \sigma(g_Y - n)), \quad (16)$$

где: g_Y и n – долгосрочные темпы прироста выпуска и трудовых ресурсов соответственно.

Скорректированный дисконтный множитель определяет уровень равновесной (нейтральной) реальной ставки:

$$r = \frac{1 - \beta_{adj}}{\beta_{adj}}. \quad (17)$$

Дисконтный множитель (17) отражает три причины того, почему люди ценят настоящее сильнее, чем будущее: а) субъективный дисконт в полезности $\beta < 1$; б) снижение предельной полезности потребления Λ_{Ct} при положительном темпе роста выпуска на душу (потребления на душу) $g_Y - g_N > 0$; в) снижение объема активов/долгов на человека при долгосрочном увеличении трудовых ресурсов $g_N > 0$.

Условие (15) определяет оптимальную траекторию потребления д/х. Снижение реальной ставки, рост ожидаемого в будущем потребления и положительный шок предпочтений стимулируют увеличение потребления д/х в текущем периоде.

Условие первого порядка для динамики потребления д/х типа $j \in n$, с использованием иностранных финансовых активов определяет дифференциал процентных ставок двух стран. Данное условие мы выводим, принимая во внимание издержки подстройки (10) и условие (15):

$$E_t \left\{ \frac{(1+i_{rjt})}{(1+i_{rjt}^*)} \frac{S_t}{S_{t+1}} \right\} = E_t \left\{ \frac{1 + \frac{\psi_{\Delta B^*}}{(1+i_{rjt}^*)} \frac{\frac{B_{rjt+1}^*}{P_{t+1}^*} \frac{B_{rjt}^*}{P_t^*}}{\bar{b}_{rj}}}{1 + \psi_{B^*} - (\psi_{B^*} + \psi_{\Delta B^*}) \frac{\frac{B_{rjt}^*}{P_t^*}}{\bar{b}_{rj}} + \psi_{\Delta B^*} \frac{\frac{B_{rjt-1}^*}{P_{t-1}^*}}{\bar{b}_{rj}}} \right\} \quad (18)$$

Условие (18) можно переписать в стиле Gabaix, Maggiori (2015): выразив динамику реальных зарубежных долгов как функцию от дифференциала процентных ставок:

$$\frac{\frac{B_{rjt}^*}{P_t^*} - \bar{b}_{rj}}{\bar{b}_{rj}} - \frac{\psi_{\Delta B^*}}{\psi_{B^*}} \frac{1}{(1+i_{rjt}^*)} \frac{\frac{B_{rjt+1}^*}{P_{t+1}^*} \frac{B_{rjt}^*}{P_t^*}}{\bar{b}_{rj}} - \frac{\psi_{\Delta B^*}}{\psi_{B^*}} \frac{\frac{B_{rjt-1}^*}{P_{t-1}^*} \frac{B_{rjt}^*}{P_t^*}}{\bar{b}_{rj}} = \frac{1}{\psi_{B^*}} \left\{ i_{rjt} - i_{rjt}^* - \frac{E_t S_{t+1} - S_t}{S_t} \right\} \quad (19)$$

где $\frac{1}{\psi_{B^*}}$ – параметр, аналогичный «способности брать на себя риск» а la Gabaix, Maggiori.

Условие (19) демонстрирует роль двух типов издержек подстройки в (10). Параметр ψ_{B^*} отвечает за то, насколько сильно реагируют долги д/х B_t^* на возникший дифференциал процентных ставок. Параметр $\psi_{\Delta B^*}$ определяет, насколько быстрой будет подстройка зарубежных долгов к $\frac{1}{\psi_{B^*}} \left\{ i_{rjt} - i_{rjt}^* - \frac{E_t S_{t+1} - S_t}{S_t} \right\}$.

Так как динамика зарубежных долгов связана с торговым балансом страны, условия (18–19) можно интерпретировать как реакцию валютного курса на торговый баланс. Чем

выше ψ_{B^*} , тем сильнее курс будет реагировать на сальдо торгового баланса, следовательно, тем сильнее шоки экспорта и импорта будут воздействовать на курс и инфляцию через канал курса.

Д/х типа h не производят оптимизацию траектории потребления, так как не имеют для этого инструментов. Они потребляют свой текущий трудовой доход с учетом налогов и трансфертов.

Выбор д/х между видами благ

Д/х группы j региона r потребляют отечественные торгуемые C_{rHjt} , неторгуемые C_{rNjt} , услуги ЖКХ C_{rSjt} и зарубежные торгуемые блага C_{rFjt} , агрегируя их с помощью CES технологии:

$$(C_{rjt})^{\frac{1-\delta_C}{\delta_C}} = \sum_{k \in \{H,N,S,F\}} [\lambda_{rk}(1 + u_{kt} + z_{kt})]^{\frac{1}{\delta_C}} (C_{rkjt})^{\frac{1-\delta_C}{\delta_C}}, \quad (20)$$

где:

λ_{rk} – стационарная доля каждого типа благ в корзине; $\sum_{k \in \{H,N,S,F\}} \lambda_{rk} = 1$;

δ_C – эластичность замещения между различными видами благ;

u_{kt} – временный шок доли спроса (предпочтений) на благо k в корзине;

z_{kt} – перманентный шок доли спроса на благо k в корзине. Ограничением на шоки предпочтений является условия равенства единице суммы долей всех благ с учетом шоков, то есть:

$$\sum_{k \in \{H,N,S,F\}} \lambda_{rk} u_{kt} = 0 \quad (21a)$$

$$\sum_{k \in \{H,N,S,F\}} \lambda_{rk} z_{kt} = 0 \quad (21b)$$

Шоки двух типов u_k и z_k призваны объяснить часть колебаний относительных объемов производства отраслей (отраслевую неоднородность) за счет шоков относительного спроса: таких, которые напрямую не влияют на совокупный спрос.

Чтобы объяснить наблюдаемую динамику импорта и производства неторгуемых благ, мы введем: временный и перманентный шоки предпочтений импорта u_{IMt} и z_{IMt} , а также временный шок предпочтений потребления неторгуемых благ u_{dNt} . Чтобы удовлетворить требованию (21a, 21b), данные шоки предпочтений должны удовлетворить условию:

$$\begin{bmatrix} u_{Ft} \\ u_{Nt} \\ u_{St} \\ u_{Ht} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{\lambda_{rN}}{1-\lambda_{rN}} \\ -\frac{\lambda_{rF}}{1-\lambda_{rF}} & 1 \\ -\frac{\lambda_{rF}}{1-\lambda_{rF}} & -\frac{\lambda_{rN}}{1-\lambda_{rN}} \\ -\frac{\lambda_{rF}}{1-\lambda_{rF}} & -\frac{\lambda_{rN}}{1-\lambda_{rN}} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} u_{IMt} \\ u_{dNt} \end{bmatrix} \quad (22a)$$

$$\begin{bmatrix} z_{Ft} \\ z_{Nt} \\ z_{St} \\ z_{Ht} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{\lambda_{rF}}{1-\lambda_{rF}} \\ -\frac{\lambda_{rF}}{1-\lambda_{rF}} \\ -\frac{\lambda_{rF}}{1-\lambda_{rF}} \end{bmatrix} z_{IMt} \quad (22b)$$

где:

u_{IMt} и u_{dNt} – AR(1) процессы;

z_{IMt} – близкая к $I(1)$ (далее квази- $I(1)$) компонента перманентных шоков¹⁰ спроса на импортные блага:

$$u_{IMt} = \rho_{IM} u_{IMt-1} + \varepsilon_{IMt} \quad \rho_{IM} \in [0, 1] \quad (22c)$$

$$u_{dNt} = \rho_{dN} u_{dNt-1} + \varepsilon_{dNt} \quad \rho_{IM} \in [0, 1] \quad (22d)$$

$$z_{IMt} = 0,9999 z_{IMt-1} + v_{IMt}, \quad (22e)$$

где:

ε_{IMt} и ε_{dNt} – соответствующие временные шоки предпочтений;

u_{Wt} – перманентный шок импорта.

Условия первого порядка для задачи оптимального распределения д/х потребления между видами благ требует:

$$C_{rkt} = \lambda_{rk} (1 + u_{kt} + z_{kt}) \left(\frac{P_{rkt}}{P_{crt}} \right)^{-\delta_c} C_{rt}, \quad k \in \{H, N, S, F\} \quad (23)$$

где индекс потребительских цен региона:

$$(P_{crt})^{1-\delta_c} = \sum_{k \in \{H, N, S, F\}} \lambda_{rk} (1 + u_{kt} + z_{kt}) (P_{rkt})^{1-\delta_c} \quad (24)$$

Д/х группы j региона r потребляют отечественные торгуемые блага H , произведенные во всех регионах отечественной экономики:

$$(C_{rHjt})^{\frac{1-\delta_R}{\delta_R}} = \sum_q \lambda_{rq} \frac{1}{\delta_R} (C_{rqHjt})^{\frac{1-\delta_R}{\delta_R}}, \quad (25)$$

где:

λ_{rs} – доля торгуемых отечественных благ, произведенных в регионе r в общем потреблении данных благ региона q ;

$\sum_r \lambda_{rq} = 1$ C_{rqHjt} – потребление д/х группы j региона q отечественных торгуемых благ H , произведенных в регионе r ;

δ_R – эластичность замещения между отечественными торгуемыми благами разных регионов.

Условие первого порядка для задачи оптимального распределения домашним хозяйством группы j потребления отечественных торгуемых благ между регионами:

$$C_{rqHjt} = \lambda_{rq} \left(\frac{P_{rHst}}{P_{qHt}} \right)^{-\delta_R} C_{qHjt}, \quad (26)$$

где:

P_{rHst} – цена производителей торгуемых благ в регионе r ;

P_{qHt} – агрегированная цена отечественных торгуемых благ в регионе q ;

$$(P_{qHt})^{1-\delta_R} = \sum_r \lambda_{rq} (P_{rHst})^{1-\delta_R} \quad (27)$$

Чтобы количество параметров не росло вместе с количеством регионов квадратично, свяжем доли λ_{rq} с долями ВРП регионов в общей сумме ВРП λ_r в духе гравитационной модели торговли:

$$\lambda_{rq} = \lambda_{Yr} \Omega \quad r \neq q \quad (28a)$$

$$\lambda_{qq} = 1 - (1 - \lambda_{Yq}) \Omega, \quad (28b)$$

¹⁰ Для всех шоков, которые мы в работе называем перманентными, предположим, что их динамика близка к случайному блужданию $I(1)$, но формально является сходящимся AR1-процессом с коэффициентом авторегрессии 0,9999. Это практически не меняет форму отклика на такие шоки, по сравнению с процессом случайного блуждания, но упрощает стандартную процедуру избавления от единичных корней, которая в модели с подобным количеством переменных и перманентных шоков практически не применима для необходимых манипуляций с моделью. Ценой за подобное упрощение является снижение точности модели при значительных отклонениях от начального стационарного состояния под действием перманентных шоков (погрешность линеаризации около изначальной стационарной точки).

где $\Omega \in [0; 1]$ – параметр регионального смещения в потреблении. Если $\Omega \rightarrow 1$, региональное смещение пропадает и структура потребления отечественных торгуемых благ во всех регионах становится одинаковой, соответствующей долям λ_{yr} регионов в общем ВРП. Если $\Omega \rightarrow 0$, межрегиональная торговля пропадает и д/х потребляют блага вида H , произведенные в своем регионе. Во всех промежуточных вариантах Ω блага H из других регионов присутствуют в корзине потребления, но вес в корзине благ из собственного региона будет больше, чем доля ВРП данного региона в общей сумме.

Рынок труда

На рынке труда мы предполагаем мобильность трудовых ресурсов как между секторами одного региона, так и между разными регионами. Каждое д/х распределяет свои трудовые ресурсы между секторами m и регионами r . Фирмы нанимают д/х из разных групп j и разных регионов r . Таким образом, рынок труда создает spill-over эффекты, связанные с конкуренцией для всех типов неоднородности.

Домохозяйства одной группы j и одного региона r взаимодействуют на рынке монополистической конкуренции, устанавливая зарплату по модели Кальво с индексацией на предыдущую инфляцию своего региона. Задачу распределения спроса на труд между д/х разных регионов и разных типов решают фирмы исходя из вклада в агрегаты.

Предложение труда

Мы предполагаем, что каждое д/х обладает уникальными навыками, которые делают его монополистическим конкурентом на рынке труда. Фирмы агрегируют предложение домашних хозяйств (индекс $i \in [0; 1]$) группы j для каждого сектора m каждого региона r с использованием CES технологии:

$$L_{rmjt} = \left[\int_0^1 [L_{rmjt}(i)]^{\frac{\varphi_L - 1}{\varphi_L}} di \right]^{\frac{\varphi_L}{\varphi_L - 1}}, \quad (29)$$

где φ_L – эластичность замещения между трудом домашних хозяйств одной группы одного региона.

Решая задачу минимизации затрат на то, чтобы нанять L_{rmjt} единиц труда, можно получить условие спроса на труд домашнего хозяйства i группы j в отрасли m :

$$L_{rmjt}(i) = \left(\frac{W_{rmjt}(i)}{W_{rmjt}} \right)^{-\varphi_L} L_{rmjt}, \quad (30)$$

где агрегированная заработная плата W_{rmjt} :

$$W_{rmjt} = \left[\int_0^1 [W_{rmjt}(i)]^{1-\varphi_L} di \right]^{\frac{1}{1-\varphi_L}} \quad (31)$$

Зарплата д/х группы j из региона r устанавливается по модели Calvo (1983) с индексацией на предыдущую инфляцию своего региона, одинаковая для всех секторов и регионов. Д/х i получает возможность скорректировать заработную плату на оптимальную W_{rjt}^o в текущем периоде с вероятностью $1 - \theta_{Wrj}$, а с вероятностью θ_{Wrj} производит индексацию своей предыдущей заработной платы на инфляцию в регионе r в предыдущем периоде: $W_{rjt-1}(1 + \pi_{crt-1})^{\chi_W}$, где χ_W – степень индексации.

Тогда динамика агрегированного индекса реальной заработной платы, установленной д/х группы j :

$$\frac{W_{rjt}}{P_{crt}} = \left(\theta_{Wrj} \left(\frac{(1+\pi_{crt-1})^{\chi_W} W_{rjt-1}}{P_{crt-1}} \right)^{1-\varphi_W} + (1 - \theta_{Wrj}) \left(\frac{W_{rjt}^o}{P_{crt}} \right)^{1-\varphi_W} \right)^{\frac{1}{1-\varphi_W}} \quad (32)$$

Задача д/х состоит в максимизации бесконечной суммы вида:

$$\max_{W_{rjt}^o} E_t \sum_{s=0}^{\infty} (\beta \theta_{Wrj})^s \exp(u_{\beta rt+s} + u_{\beta jt+s} + u_{\beta t+s}) \Lambda_{rjt+s} \Big|_{W_{rjt}^o} \quad (33)$$

при ограничении (30).

Решение данной задачи можно представить в виде системы впередсмотрящих разностных уравнений:

$$\frac{W_{rjt}^o}{P_{crt}} = \frac{\varphi_L}{\varphi_L - 1} \frac{J_{Wrjt}}{N_{Wrjt}} \exp(u_{Wrt} + u_{Wjt} + u_{Wt} + z_{Wt}), \quad (34)$$

где:

u_{Wrt} , u_{Wjt} и u_{Wt} – AR(1) процессы;

z_{Wt} – квази-I(1) компонента перманентного шока монополистической наценки в зарплате, не известные на этапе решения задачи (33):

$$u_{Wrt} = \rho_{\mu r} u_{Wrt-1} + \varepsilon_{Wrt} \quad \rho_{\mu r} \in [0, 1] \quad (35a)$$

$$u_{Wjt} = \rho_{Wj} u_{Wjt-1} + \varepsilon_{Wjt} \quad \rho_{Wj} \in [0, 1] \quad (35b)$$

$$u_{Wt} = \rho_W u_{Wt-1} + \varepsilon_{Wt}, \quad \rho_W \in [0, 1] \quad (35c)$$

$$z_{Wt} = 0.9999 z_{Wt-1} + v_{Wt}, \quad (36)$$

где:

ε_{Wrt} , ε_{Wjt} и ε_{Wt} – шок монополистической наценки в заработной плате д/х региона r , группы j и общий;

v_{Wt} – перманентный шок монополистической наценки в зарплате; вспомогательные впередсмотрящие переменные J_{Wrjt} и N_{Wrjt} :

$$J_{Wrjt} = \exp(u_{\beta rt} + u_{\beta jt} + u_{\beta t}) L_{rjt} \left(\frac{W_{rjt}}{P_{crt}} \right)^{\varphi_L} \frac{\Lambda_{Lrjt}}{1-\tau} + \beta_{adj} \theta_{Wrj} E_t \left[\left(\frac{1+\pi_{crt+1}}{(1+\pi_{crt})^{\chi W}} \right)^{\varphi_L} J_{Wrjt+1} \right] \quad (37)$$

$$N_{Wrjt} = \exp(u_{\beta rt} + u_{\beta jt} + u_{\beta t}) L_{rjt} \left(\frac{W_{rjt}}{P_{crt}} \right)^{\varphi_L} \Lambda_{Crjt} + \beta_{adj} \theta_{Wrj} E_t \left[\left(\frac{1+\pi_{crt+1}}{(1+\pi_{crt})^{\chi W}} \right)^{\varphi_L - 1} N_{Wrjt+1} \right] \quad (38)$$

где $\Lambda_{Lrjt} = -L_{rjt}^K$ – отрицательная предельная полезность от дополнительной единицы трудовых усилий.

Уравнения (34), (37)-(38) описывают процесс подстройки рынка труда к оптимальному бесфрикционному предложению труда, которое соответствует условию оптимизации функции полезности (1) при ограничении (4)-(5):

$$\frac{W_{rj}}{P_{cr}} = -\frac{\Lambda_{Lrj}}{\Lambda_{Crj}} = L_{rj}^K ((1-h) \frac{C_{rj}}{N})^{\sigma} \quad (39)$$

Выбор д/х группы j из региона r единый для всех секторов и регионов, в которых предлагает свои услуги труда данное д/х.

Предложение труда д/х группы j из региона r раскладывается на регионы q и отрасли m :

$$L_{rjt} = \sum_q \sum_m L_{rqmjt}, \quad (40)$$

где L_{rqmjt} – труд д/х группы j из региона r в отрасли m региона q .

Спрос на труд

Общий спрос на труд для фирмы сектора m региона r L_{rmt} формируется исходя из предельного продукта труда в конкуренции с другими факторами производства: капиталом K_{rmt} и материалами R_{rmt} (см. раздел Фирмы). Для того чтобы сформировать агрегат L_{rmt} ,

фирмы на первом шаге решают задачу оптимального спроса на труд из разных регионов L_{qrmjt} и агрегирования труда L_{rmjt} из межрегиональных потоков L_{qrmjt} для $\forall s$. На втором шаге находится оптимальный спрос на труд группы д/х j и решается задача агрегирования труда L_{rmt} из L_{rmjt} . Оба шага связаны с агрегированием на основе CES-функции.

На первом шаге получим агрегированный (из межрегиональных потоков) труд для каждой группы д/х j в отрасли m в регионе r :

$$L_{rmjt} = \left\{ \sum_q (\gamma_{Wqrmj})^{\frac{1}{\delta_{LR}}} (\lambda_q \lambda_{qj} L_{qrmjt})^{\frac{\delta_{LR}-1}{\delta_{LR}}} \right\}^{\frac{\delta_{LR}}{\delta_{LR}-1}}, \quad (41)$$

где:

γ_{Wqrmj} – параметр, характеризующий долю д/х группы j из региона q в отрасли m региона r ;

$$\sum_q \gamma_{Wqrmj} = 1;$$

δ_{LR} – эластичность замещения между трудом одной группы д/х из разных регионов;

λ_r – доля населения региона r в населении всей страны;

λ_{rj} – доля д/х группы j в общем объеме д/х региона r .

Как и в случае с межрегиональным рынком благ, мы уменьшим количество межрегиональных параметров рынка труда за счет введения параметра регионального смещения на рынке труда $\Omega_L \in [0; 1]$, который так же, как и аналогичный показатель Ω , будет характеризовать долю д/х своего региона в предложении труда. При $\Omega_L \rightarrow 1$ доля д/х группы j региона r на рынках труда всех регионов будет одинаковой. $\Omega_L \rightarrow 0$ на рынке каждого региона будут работать только д/х своего региона. Во всех промежуточных случаях доля д/х на рынке труда своего региона будет выше, чем их доля в стране в целом¹¹.

Оптимальный в регионе q спрос на труд д/х группы j , фирм отрасли m из региона r :

$$\lambda_r \lambda_{rj} L_{rqmjt} = \gamma_{Wrqmj} \left(\frac{W_{rjt}}{W_{qmjt}} \right)^{-\delta_{LR}} L_{qmjt}, \quad (42)$$

где агрегированная зарплата W_{qmjt} :

$$W_{rmjt} = \left\{ \sum_q \gamma_{Wqrmj} W_{qjt}^{1-\delta_{LR}} \right\}^{\frac{1}{1-\delta_{LR}}} \quad (43)$$

На втором шаге соберем агрегат для отрасли m региона r :

$$L_{rmt} = \left\{ \sum_j (\gamma_{Wrmj})^{\frac{1}{\delta_L}} (L_{rmjt})^{\frac{\delta_L-1}{\delta_L}} \right\}^{\frac{\delta_L}{\delta_L-1}}, \quad (44)$$

где:

γ_{Wrmj} – параметр, характеризующий долю д/х группы j в отрасли m ;

$$\sum_j \gamma_{Wrmj} = 1;$$

δ_L – эластичность замещения между трудом одной разных групп д/х в регионе.

Оптимальный в регионе r спрос на труд д/х группы j , фирм отрасли m :

$$L_{rmjt} = \gamma_{Wrmj} \left(\frac{W_{rmjt}}{W_{rmt}} \right)^{-\delta_L} L_{rmt}, \quad (45)$$

где агрегированная зарплата W_{rmt} :

$$W_{rmt} = \left\{ \sum_j \gamma_{Wrmj} W_{rmjt}^{1-\delta_L} \right\}^{\frac{1}{1-\delta_L}} \quad (46)$$

¹¹ Особенности калибровки параметров состоит в том, что Ω_L является средним региональным смещением для страны. У каждой отрасли m каждого региона r величина регионального смещения на рынке труда будет несколько отличаться от Ω_L .

Так как д/х выбирает уровень заработной платы независимо от отрасли, доля д/х группы j будет единой для всех отраслей: $\gamma_{Wrj} = \gamma_{Wrmj}$, так же как и зарплата в регионе: $W_{rt} = W_{rmt}$.

Такая структура рынка труда формирует канал эффекта перелива, создающего положительную связанность (за счет эффектов конкуренции) заработных плат регионов, отраслей, групп д/х. Это также связывает положительной связью цены в регионах и отраслях (через эффект издержек). Данный канал ослабляет отрицательную обратную связь выпусков неоднородных элементов, которая возникает при идиосинкразических шоках предложения, так как способствует более быстрому распространению таких шоков на всю совокупность элементов. В ряде моделей в производственную функцию одного неоднородного элемента (региона, отрасли) вводится выпуск других неоднородных элементов (см., например, Вотинов и др., 2023). Возникающий дополнительный канал перелива в таких моделях будет по своему действию близок каналу перелива через рынок труда.

Правительство

Мы моделируем поведение правительства на уровне региона, предполагая, что бюджет каждого региона должен быть в долгосрочном периоде сбалансирован независимо от других регионов. Действие федеральных властей моделируются за счет существования общих для всех региональных правительств шоков.

Налоги на трудовой доход:

$$T_{Lrt} = \tau \sum_m W_{rmt} N_t L_{rmt}, \quad (47)$$

где τ – ставка налога на доход единая для всех регионов и д/х и не зависит от их дохода.

Правительство собирает аккордные налоги с богатых д/х (типа n) своего региона: $T_{orn} > 0$ и выплачивает аккордные трансферты бедным д/х (типа h) своего региона: $T_{orh} < 0$. Общие аккордные налоги:

$$T_{ort} = \sum_j \lambda_{rj} T_{orjt} \quad (48)$$

Для долгосрочной балансировки бюджета мы вводим зависимость аккордных налогов на группу д/х j от накопленных долгов правительства B_{rt} :

$$T_{orjt} = P_{ct} T_{orj} \exp \left(\frac{T_{orj}}{|T_{orj}|} \left[u_{Trt} + u_{Tjt} + u_{Tt} + z_{Tt} + \psi_G \frac{\frac{B_{rt}}{P_{crt}} - \bar{b}_r}{\bar{b}_r} \right] \right) \quad (49)$$

где:

$\bar{b}_r \equiv \frac{\bar{B}_r}{\bar{P}_{cr}}$ – долгосрочный уровень реальных долгов правительства;

$\psi_G > 0$ – эластичность аккордных налогов по уровню реального госдолга¹²;

u_{Trt} , u_{Tjt} и u_{Tt} – AR(1) процессы;

z_{Tt} – квази-I(1) компонента перманентного шока аккордных налогов:

$$u_{Trt} = \rho_{Tr} u_{Trt-1} + \varepsilon_{Trt}, \quad \rho_{Tr} \in [0, 1] \quad (50a)$$

$$u_{Tjt} = \rho_{Tj} u_{Tjt-1} + \varepsilon_{Tjt}, \quad \rho_{Tj} \in [0, 1] \quad (50b)$$

$$u_{Tt} = \rho_T u_{Tt-1} + \varepsilon_{Tt}, \quad \rho_T \in [0, 1] \quad (50c)$$

$$z_{Tt} = 0,9999 z_{Tt-1} + v_{Tt}, \quad (50d)$$

где:

ε_{Trt} , ε_{Tjt} и ε_{Tt} – региональный, агентский и общий шоки аккордных налогов;

¹² Множитель $\frac{T_{orj}}{|T_{orj}|}$ используется, чтобы налоговый шок и избыточный госдолг положительно влияли на T_{orjt} , независимо от знака T_{orj} .

u_{Tt} – перманентный шок аккордных налогов;

ρ_{Tr} , ρ_{Tj} и ρ_T – соответствующие коэффициенты авторегрессии.

Общие налоги:

$$T_{rt} = T_{Lrt} + T_{0rt} \quad (51)$$

Правительство закупает на открытом рынке блага, чтобы удовлетворить спрос общества на общественные блага. Мы предполагаем, что спрос на общественные блага со стороны правительства инвариантен к решениям д/х относительно потребления частных благ¹³:

$$G_{rt} = \bar{G}_r \exp(u_{Grt} + u_{Gt} + z_{Gt}) \quad (52)$$

где u_{Grt} и u_{Gt} – AR(1) процессы:

$$u_{Grt} = \rho_{Gr} u_{Grt-1} + \varepsilon_{Grt}, \quad \rho_{Gr} \in [0; 1] \quad (53a)$$

$$u_{Gt} = \rho_G u_{Gt-1} + \varepsilon_{Gt}, \quad \rho_G \in [0; 1] \quad (53b)$$

где ε_{Grt} и ε_{Gt} – региональный и общий шоки госрасходов; ρ_{Gr} и ρ_G – соответствующие коэффициенты авторегрессии шоков госрасходов.

z_{Gt} – квази-I(1) компонента перманентных шоков госрасходов:

$$z_{Gt} = 0,9999 z_{Gt-1} + v_{Gt}, \quad (54)$$

где v_{Gt} – перманентный шок госрасходов.

Возникающий дефицит бюджета регионального правительства финансируется за счет выпуска ц/б B_{rt} , которые выкупают д/х типа n своего региона:

$$B_{rt} = B_{rt-1}(1 + i_{rt-1}) + P_{crt}G_{rt} - T_{rt} \quad (55)$$

Первичный дефицит бюджета:

$$BD_{0rt} = P_{crt}G_{rt} - T_{rt} \quad (56)$$

Общий дефицит бюджета:

$$BD_{rt} = P_{crt}G_{rt} + B_{rt-1}i_{rt-1} - T_{rt} \quad (57)$$

Распределение потребления общественных благ на $k \in \{H, N, S, F\}$ видов аналогично тому, как д/х распределяют частное потребление между благами этих видов:

$$(G_{rt})^{\frac{1-\delta_C}{\delta_C}} = \sum_k [\lambda_{rk}(1 + u_{kt} + z_{kt})]^{\frac{1}{\delta_C}} (G_{rkt})^{\frac{1-\delta_C}{\delta_C}}, \quad (58)$$

$$G_{rkt} = \lambda_{rk}(1 + u_{kt} + z_{kt}) \left(\frac{P_{rkt}}{P_{crt}} \right)^{-\delta_C} G_{rt}, \quad (59)$$

$$(G_{rHt})^{\frac{1-\delta_R}{\delta_R}} = \sum_q \lambda_{rq}^{\frac{1}{\delta_R}} (G_{rqHt})^{\frac{1-\delta_R}{\delta_R}}, \quad (60)$$

где G_{rqHt} – государственное потребление в регионе q отечественных торгуемых благ H , произведенных в регионе r .

$$G_{rqHt} = \lambda_{rq} \left(\frac{P_{rHst}}{P_{qHt}} \right)^{-\delta_R} G_{qHt}. \quad (61)$$

Фирмы

Все фирмы принадлежат д/х типа n , относятся к одной из отраслей $m \in \{H, N, S, O\}$, имеют производственную функцию типа Кобба – Дугласа с идентичным набором факторов производства: труд L_{rmt} , капитал K_{rmt} и материалы R_{rmt} . Отрасли могут различаться по типу конкуренции и ценообразованию.

Производственная функция:

$$Y_{rmt} = A_{rmt} (N_t L_{rmt})^{[\alpha_L + u_{Lt}]} (K_{rmt})^{[\alpha_K - \frac{\alpha_K}{1-\alpha_L} u_{Lt}]} (R_{rmt})^{[\alpha_R - \frac{\alpha_R}{1-\alpha_L} u_{Lt}]}, \quad (62)$$

где:

¹³ Например, предположив, что функция полезности для д/х аддитивно-сепарабельна по отношению к объему частных благ и общественных благ.

α_L , α_K и α_R – параметры эластичности производственной функции по труду, капиталу и материалам, соответственно;

$$\alpha_L + \alpha_K + \alpha_R = 1;$$

u_{Lt} – AR(1) процесс, задающий изменение эластичности производственной функции по труду:

$$u_{Lt} = \rho_L u_{Lt-1} + \varepsilon_{Lt}, \quad \rho_L \in [0; 1] \quad (63)$$

где:

ε_{Lt} – шок доли труда в общем факторном доходе.

A_{rmt} – общая факторная производительность (TFP) отрасли m :

$$A_{rmt} = A_{rm} \exp(gt + u_{Art} + u_{Amt} + u_{At} + z_{At}), \quad (64)$$

где:

g – темп прироста производительности (TFP);

u_{Art} , u_{Amt} и u_{At} – AR(1) процессы динамики TFP (региональный, отраслевой и общий, соответственно);

z_{At} – квази-I(1) процесс TFP:

$$z_{At} = 0,9999z_{At-1} + v_{At} \quad (65)$$

$$u_{Art} = \rho_{Ar} u_{Art-1} + \varepsilon_{Art} \quad \rho_{Ar} \in [0; 1] \quad (66a)$$

$$u_{Amt} = \rho_{Am} u_{Amt-1} + \varepsilon_{Amt} \quad \rho_{Am} \in [0; 1] \quad (66b)$$

$$u_{At} = \rho_A u_{At-1} + \varepsilon_{At}, \quad \rho_A \in [0; 1] \quad (66c)$$

где:

v_{At} – перманентный шок TFP;

ε_{Art} , ε_{Amt} и ε_{At} – региональный, отраслевой и общий шоки производительности, соответственно.

Динамика рабочей силы:

$$N_t = N \exp(nt + z_{Nt} + u_{Nt}), \quad (67)$$

где:

N – нормировочная константа;

n – детерминистический темп прироста рабочей силы;

z_{Nt} – квази-I(1) процесс в рабочей силе;

u_{Nrt} – AR(1) процесс:

$$z_{Nt} = 0,9999z_{Nt-1} + v_{Nt} \quad (68)$$

$$u_{Nt} = \rho_N u_{Nt-1} + \varepsilon_{Nt}, \quad \rho_N \in [0; 1] \quad (69)$$

где:

v_{Nt} – перманентный шок рабочей силы;

ε_{Nt} – временный шок рабочей силы.

Оптимальный спрос фирм на ресурсы:

$$p_{Krt} K_{rmt} = \alpha_K Y_{rmt} MC_{rmt} \quad (70)$$

$$w_{rmt} N_t L_{rmt} = \alpha_L Y_{rmt} MC_{rmt} \quad (71)$$

$$p_{Rrt} R_{rmt} = \alpha_R Y_{rmt} MC_{rmt}, \quad (72)$$

где:

p_{Krt} – реальная цена аренды единицы капитала;

$w_{rmt} \equiv \frac{w_{rmt}}{p_{rmt}}$ – реальная зарплата;

$p_{Rrt} = \frac{p_{Rrt}}{p_{rmt}}$ – реальная цена единицы материалов;

MC_{rmt} – реальные предельные издержки.

Все перечисленные реальные величины выражены в единицах благ отрасли m .

Оптимальные инвестиции

При формировании инвестиций фирмы учитывают, что лаг ввода капитала в производство составляет 1 квартал, а также издержки подстройки инвестиций $Adj_{I_{rmt}}$:

$$Adj_{I_{rmt}} = \frac{\phi_I}{2} \left(\frac{I_{rmt} - I_{rmt-1}}{I_{rmt-1}} \right)^2 I_{rmt}, \quad (73)$$

где ϕ_I – параметр функции издержек.

Тогда динамика капитала:

$$K_{rmt} = (1 - \delta_K) K_{rmt-1} + I_{rmt-1} - Adj_{I_{rmt-1}} \quad (74)$$

Решая задачу максимизации ожидаемой полезности д/х типа n , управляющего накоплением капитала принадлежащей ему фирмы, получим условие для оптимальных инвестиций:

$$\Lambda_{Crnt} \exp(u_{\beta rt} + u_{\beta nt} + u_{\beta t}) - \beta_{adj} \left(1 - \phi_I \frac{I_{rmt} - \bar{I}_{rm}}{\bar{I}_{rm}} \right) Z_{I_{rmt+1}} \exp(u_{Irt} + u_{It}) = 0 \quad (75)$$

где u_{Irt} и u_{It} – AR(1) процессы шоков эффективности инвестиций:

$$u_{Irt} = \rho_{Ir} u_{Irt-1} + \varepsilon_{Irt} \quad \rho_{Ir} \in [0; 1] \quad (76a)$$

$$u_{It} = \rho_I u_{It-1} + \varepsilon_{It} \quad \rho_I \in [0; 1] \quad (76b)$$

где ε_{Irt} и ε_{It} – региональный и общий шоки эффективности инвестиций, соответственно.

$Z_{I_{rmt+1}}$ – вспомогательный впередсмотрящий процесс, характеризующий ожидаемый эффект от ввода единицы капитала:

$$Z_{I_{rmt}} = \Lambda_{Crnt} \exp(u_{\beta rt} + u_{\beta nt} + u_{\beta t}) \alpha_K \frac{Y_{rmt} P_{rmt}}{K_{rmt} P_{crt}} M C_{rmt} + \beta_{adj} (1 - \delta_K) E_t Z_{I_{rmt+1}} \quad (77)$$

Общий объем инвестиций фирмы распределяется между $k \in \{H, N, S, F\}$ видами благ в той же пропорции, что потребление д/х и госрасходы:

$$(I_{rmt})^{\frac{1-\delta_C}{\delta_C}} = \sum_k [\lambda_{rk} (1 + u_{kt} + z_{kt})]^{\frac{1}{\delta_C}} (I_{rmkt})^{\frac{1-\delta_C}{\delta_C}} \quad (78)$$

где I_{rmkt} – инвестиционный спрос отрасли m региона r на благо k :

$$I_{rmkt} = \lambda_{rk} (1 + u_{kt} + z_{kt}) \left(\frac{P_{rkt}}{P_{crt}} \right)^{-\delta_C} I_{rmt}, \quad (79)$$

$$(I_{rmHt})^{\frac{1-\delta_R}{\delta_R}} = \sum_q \lambda_{rq} \frac{1}{\delta_R} (I_{rqmHt})^{\frac{1-\delta_R}{\delta_R}}, \quad (80)$$

где I_{rqmHt} – инвестиционный спрос в отрасли m региона q на отечественные торгуемые блага H , произведенные в регионе r :

$$I_{rqmHt} = \lambda_{rq} \left(\frac{P_{rHst}}{P_{qHt}} \right)^{-\delta_R} I_{qmHt}. \quad (81)$$

Инфляция

Рассмотрим каналы трансмиссии структурных шоков в инфляцию, для чего определим принципы ценообразования на всех рынках.

Ценообразование по модели Кальво на отечественных рынках благ

Отечественные и зарубежные торгуемые и неторгуемые блага реализуются на рынке монополистической конкуренции с ценообразованием по модели Кальво (1983) с индексацией на предыдущую инфляцию. Обозначим сегменты отечественного рынка, на которых ценообразование происходит по модели Кальво (1983), как $m_K \in \{H, F, N\}$.

Ценообразование и индексация по модели Кальво производится в валюте той страны, где реализуется благо (LCP – Local currency pricing).

С вероятностью θ_{rm_K} фирма производит индексацию цены на предыдущую инфляцию (степень индексации χ). С вероятностью $1 - \theta_{rm_K}$ производитель получает возможность скорректировать цену на оптимальную $P_{rm_K}^{opt}$.

Тогда агрегированный уровень цен:

$$P_{rm_K}^{1-\varphi} = \theta_{rm_K} ((1 + \pi_{crt-1})^\chi P_{rm_K t-1})^{1-\varphi} + (1 - \theta_{rm_K}) (P_{rm_K}^{opt})^{1-\varphi} \quad (82)$$

Фирма i решает задачу максимизации потока ожидаемой полезности от потребления прибыли для своего владельца (д/х типа n), которую можно записать в виде:

$$\max_{P_{rm_K}^{opt}} E_t \sum_{s=0}^{\infty} (\theta_{rm_K} \beta)^s \Lambda_{crt+s} \exp(u_{\beta rt+s} + u_{\beta nt+s} + u_{\beta t+s}) \left[\frac{1}{N_{t+s}} \left(\frac{P_{crt+s}}{P_{crt}} \right)^\chi \frac{P_{rm_K}^{opt}}{P_{crt+s}} (1 - MC_{rm_K t+s}) \right] Y_{rm_K t+s} \Big|_{P_{rm_K}^{opt}} (i) \quad (83)$$

где $Y_{rm_K t+s} \Big|_{P_{rm_K}^{opt}} (i)$ – спрос на продукцию фирмы i в период $t + s$ при условии, что установленная ей в период t цена $P_{rm_K}^{opt}$ не переустанавливалась, а индексировалась на предыдущую инфляцию (Yun, 1996) s раз. Данный спрос находится аналогично решению задачи максимизации агрегата (84) при заданном бюджете I (85):

$$\max Y_{rkt}(i) Y_{rkt} = \left[\int_0^1 [Y_{rkt}(i)]^{\frac{\varphi-1}{\varphi}} di \right]^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} \quad (84)$$

$$\text{s.t. } I = \int_0^1 Y_{rkt}(i) P_{rkt}(i) di \quad (85)$$

где φ – эластичность замещения между благами типа k для всех агентов, потребляющих данные блага (д/х, правительство, фирмы).

Решением задачи (84) при ограничении (85) является спрос на благо вида k фирмы i с эластичностью $-\varphi$:

$$Y_{rkt}(i) = \left(\frac{P_{rkt}(i)}{P_{rkt}} \right)^{-\varphi} Y_{rkt}, \quad (86)$$

где агрегированный уровень цен благ вида k :

$$P_{rkt} = \left[\int_0^1 [P_{rkt}(i)]^{1-\varphi} di \right]^{\frac{1}{1-\varphi}} \quad (87)$$

Тогда условный спрос для периода $t + s$ составит:

$$Y_{rm_K t+s} \Big|_{P_{rm_K}^{opt}} (i) = \left[\left(\frac{P_{crt+s}}{P_{crt}} \right)^\chi \frac{P_{rm_K}^{opt}}{P_{rm_K t+s}} \right]^{-\varphi} Y_{rm_K t+s} \quad (88)$$

Решение задачи (83) при ограничении (88) можно представить в виде отношения двух вспомогательных вперёдсмотрящих переменных $J_{rm_K t}$ и $N_{rm_K t}$:

$$\frac{P_{rm_K}^{opt}}{P_{rm_K t}} = \frac{\varphi}{\varphi-1} \frac{J_{rm_K t}}{N_{rm_K t}} \exp(u_{\mu rt} + u_{\mu m_K t} + u_{\mu t}), \quad (89)$$

где $u_{\mu rt}$, $u_{\mu m_K t}$ и $u_{\mu t}$ – AR(1) процессы:

$$u_{\mu rt} = \rho_{\mu r} u_{\mu rt-1} + \varepsilon_{\mu rt} \quad \rho_{\mu r} \in [0; 1] \quad (90a)$$

$$u_{\mu m_K t} = \rho_{\mu m_K} u_{\mu m_K t-1} + \varepsilon_{\mu m_K t} \quad \rho_{\mu m_K} \in [0; 1] \quad (90b)$$

$$u_{\mu t} = \rho_{\mu} u_{\mu t-1} + \varepsilon_{\mu t}, \quad \rho_{\mu} \in [0; 1] \quad (90c)$$

где $\varepsilon_{\mu rt}$, $\varepsilon_{\mu mkt}$ и $\varepsilon_{\mu t}$ – региональный, отраслевой и общий шоки монополистической наценки соответственно.

Уравнения для определения вперёдсмотрящих процессов J_{rmkt} и N_{rmkt} :

$$J_{rmkt} = \Lambda_{crnt} \exp(u_{\beta rt} + u_{\beta nt} + u_{\beta t}) Y_{rmkt} \left[\frac{P_{rmkt}}{P_{crt}} \right]^\varphi MC_{rmkt} + \theta_{rmk} \beta_{adj} E_t \left\{ \left[\frac{1+\pi_{crt+1}}{(1+\pi_{crt})^\chi} \right]^\varphi J_{rmkt+1} \right\} \quad (91)$$

$$N_{rmkt} = \Lambda_{crnt} \exp(u_{\beta rt} + u_{\beta nt} + u_{\beta t}) Y_{rmkt} \left[\frac{P_{rmkt}}{P_{crt}} \right]^\varphi + \theta_{rmk} \beta_{adj} E_t \left\{ \left[\frac{1+\pi_{crt+1}}{(1+\pi_{crt})^\chi} \right]^{\varphi-1} N_{rmkt+1} \right\} \quad (92)$$

В стационарной точке реальная цена производителей сходится к значению реальных предельных издержек увеличенных на величину долгосрочной монополистической наценки $\frac{1}{\varphi-1}$:

$$\frac{\bar{P}_{rmkt}}{\bar{P}_{crt}} = \frac{\varphi}{\varphi-1} \bar{MC}_{rmkt} \quad (93)$$

Трансмиссия всех структурных шоков в инфляцию идет через канал реальных предельных издержек MC_{rmt} , которые были определены в разделе оптимального спроса на ресурсы условиями (70)-(72). Часть динамики наблюдаемой инфляции определяется действием шоков монополистической наценки $\varepsilon_{\mu rt}$, $\varepsilon_{\mu mt}$ и $\varepsilon_{\mu t}$ (региональным, отраслевым и общим, соответственно). Данные шоки позволяют учесть колебания конкурентных условий фирм, а также необъясненную другими факторами часть динамики цен.

Реальные предельные издержки для импортных благ составляют:

$$MC_{rFt} = \frac{MC_t^* P_t^* S_t}{P_{rFt}}, \quad (94)$$

где MC_t^* – реальные предельные издержки производства благ за рубежом.

Ценообразование отечественных торгуемых благ на зарубежном сегменте

На данном сегменте также используется модель Кальво (1983) с индексацией по Yun (1996) с той лишь разницей, что цена устанавливается в иностранной валюте и индексируется на зарубежную инфляцию. Мы предполагаем, что эластичность замещения также составляет φ , а степень индексации также χ .

Тогда решением аналогичной задачи для зарубежного сегмента будут следующие уравнения:

$$(P_{rH^*t}^*)^{1-\varphi} = \theta_{rH^*} ((1 + \pi_{t-1}^*)^\chi P_{rH^*t-1}^*)^{1-\varphi} + (1 - \theta_{rH^*}) (P_{rH^*t}^*)^{opt} \quad (95)$$

$$\frac{(P_{rH^*t}^*)^{opt}}{P_{rH^*t}^*} = \frac{\varphi}{\varphi-1} \frac{J_{rH^*t}}{N_{rH^*t}} \exp(u_{\mu rt} + u_{\mu H^*t} + u_{\mu t}), \quad (96)$$

где $u_{\mu H^*t}$ – AR(1) процесс:

$$u_{\mu H^*t} = \rho_{\mu H^*} u_{\mu H^*t-1} + \varepsilon_{\mu H^*t} \quad \rho_{\mu H^*} \in [0; 1] \quad (97)$$

где $\varepsilon_{\mu H^*t}$ – шок монополистической наценки для зарубежного сегмента отечественных торгуемых благ; $\rho_{\mu H^*}$ – коэффициент авторегрессии шока $\varepsilon_{\mu H^*t}$.

$$J_{rH^*t} = \Lambda_{crnt} \exp(u_{\beta rt} + u_{\beta nt} + u_{\beta t}) Y_{rH^*t} \left[\frac{P_{rH^*t}^*}{P_t^*} \right]^\varphi MC_{rH^*t} + \theta_{rH^*} \beta_{adj} E_t \left\{ \left[\frac{1+\pi_{t+1}^*}{(1+\pi_t^*)^\chi} \right]^\varphi J_{rH^*t+1} \right\} \quad (98)$$

$$N_{rH^*t} = \Lambda_{crnt} \exp(u_{\beta rt} + u_{\beta nt} + u_{\beta t}) Y_{rH^*t} \left[\frac{P_{rH^*t}^*}{P_t^*} \right]^\varphi + \theta_{rH^*} \beta_{adj} E_t \left\{ \left[\frac{1+\pi_{t+1}^*}{(1+\pi_t^*)^\chi} \right]^{\varphi-1} N_{rH^*t+1} \right\} \quad (99)$$

Реальные предельные издержки в отрасли отечественных торгуемых благ:

$$MC_{rH^*t} = MC_{rHt} \frac{P_{rHt}}{P_{rH^*t}^* S_t}, \quad (100)$$

где $\frac{MC_{rHt} P_{rHt}}{S_t}$ – номинальные предельные издержки в отрасли H , выраженные в единицах иностранной валюты.

Ценообразование в отрасли ЖКХ

Предположим, что цены в отрасли ЖКХ устанавливаются государством таким образом, чтобы стационарная монополистическая наценка в данной отрасли была такой же, как и в остальных отраслях:

$$\bar{P}_{rst} = \frac{\varphi}{\varphi-1} \overline{MC}_{rst} \quad (101)$$

Также предположим, что в результате государственного регулирования возникают отклонения реального уровня цен в отрасли ЖКХ от стационара, но в долгосрочном периоде государство стремится вернуть уровень реальных цен в отрасли ЖКХ к своему стационарному уровню:

$$p_{rst} = (p_{rst-1})^{\rho_{\mu S}} \exp(\varepsilon_{\mu St}), \quad (102)$$

где:

$p_{rst} \equiv \frac{P_{rst}}{P_{crt}}$ – реальный уровень цен в отрасли ЖКХ;

$\rho_{\mu S}$ – авторегрессионный коэффициент в динамике реальных цен отрасли ЖКХ;

$\varepsilon_{\mu St}$ – шок реальной цены в отрасли ЖКХ.

Ценообразование в нефтяной отрасли

В нефтяной отрасли, которая производит продукцию на экспорт, мы также предполагаем государственное ценообразование. В данном случае долгосрочный уровень цен в нефтяной отрасли связан со стационарной реальной ценой нефти на внешнем рынке $\bar{P}_O^*$. Роль государства состоит в сглаживании краткосрочных колебаний номинальной цены на нефть на международном рынке $P_{Ot}^* P_t^*$ за счет различных стабилизационных механизмов. В нашей работе мы упрощенным образом зададим действие механизма стабилизации, определив динамику внутренних цен на нефть:

$$P_{rot} = (k_{SF} \bar{P}_O^* + (1 - k_{SF}) P_{Ot}^*) P_t^* S_t, \quad (103)$$

где $k_{SF} \in [0; 1]$ – параметр, характеризующий степень стабилизации динамики зарубежных цен на нефть для внутреннего рынка. При $k_{SF} \rightarrow 1$ реальная цена в иностранной валюте фиксируется на стационарном уровне $\bar{P}_O^*$. Колебания внутренней цены на нефть P_{rot} связаны только с колебаниями курса иностранной валюты S_t и зарубежных цен P_t^* .

Мы игнорируем влияние накопленных в результате реализации схемы стабилизации (88) фондов на бизнес-цикл страны.

Ценообразование на импортируемые материалы

Предположим, что материалы импортируются в страну в виде однородных благ общим объемом R_{rt} , а фирма-импортер i , принадлежащая д/х типа n , без издержек превращает однородные блага в дифференцированные. Данные дифференцированные

блага агрегируются по CES технологии для использования в производственной функции всех отраслей:

$$R_{rt} = \sum_m R_{rmt} = \left[\int_0^1 [R_{rt}(i)]^{\frac{\varphi-1}{\varphi}} di \right]^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} \quad (104)$$

Спрос на материалы i -того импортера:

$$R_{rt}(i) = \left(\frac{P_{Rrt}(i)}{P_{Rrt}} \right)^{-\varphi} R_{rt}, \quad (105)$$

где агрегированный уровень цен материалов:

$$P_{Rrt} = \left[\int_0^1 [P_{Rrt}(i)]^{1-\varphi} di \right]^{\frac{1}{1-\varphi}} \quad (106)$$

Цены дифференцируемых материалов устанавливаются по модели Кальво (1983) с индексацией на предыдущую инфляцию аналогично ценам на блага отраслей группы $m_K \in \{H, F, N\}$.

Мы могли бы записать условия ценообразования через вспомогательные переменные J и N , но для целей демонстрации запишем уравнение кривой Филлипса для темпа роста цен материалов в виде единственного сведенного уравнения, структурно идентичного описанной выше схеме ценообразования благ:

$$\pi_{Rrt} - \chi_R \pi_{crt-1} = \beta_{adj} (E_t \pi_{Rrt+1} - \chi_R \pi_{crt}) + \frac{(1-\theta_{Rr})(1-\beta_{adj}\theta_{Rr})}{\theta_{Rr}} \frac{MC_{Rrt} - \bar{MC}_{Rr}}{\bar{MC}_{Rr}} \quad (107)$$

где:

θ_{Rr} – вероятность индексации цены материалов в одном периоде;

χ_R – степень индексации на предыдущую инфляцию;

MC_{Rrt} – реальные предельные издержки производства одной единицы дифференцированных материалов:

$$MC_{Rrt} = \frac{\varphi-1}{\varphi} \frac{P_{Rt}^* P_t^* S_t}{P_{Rrt}}, \quad (108)$$

где P_{Rt}^* и $P_{Rt}^* P_t^*$ – реальная и номинальная цена материалов за рубежом, соответственно.

Мы предполагаем, что фирмы-импортеры закупают материалы по цене ниже (на величину монополистической наценки) $P_{Rt}^* P_t^*$, что обеспечивает выравнивание отечественной и зарубежной цен материалов в стационарном состоянии:

$$\bar{P}_{Rt}^* \bar{P}_t^* \bar{S}_t = \bar{MC}_{Rrt} \bar{P}_{Rrt} \quad (109)$$

Номинальная жесткость в ценообразовании импорта (благ F и материалов R) делает подстройку отечественной экономики к внешним шокам более длительной, чем подстройка зарубежной экономики под те же шоки.

Центральный банк

Монетарные власти в режиме таргетирования инфляции, используют принцип таргетирования инфляционного прогноза, в котором собственный прогноз инфляции является промежуточной целью ДКП:

Правило Тейлора для ключевой ставки базируется на ожидаемой инфляции:

$$i_{kt} = \rho_{ik} i_{kt-1} + (1 - \rho_{ik}) \left(k_{\pi} / 4 \frac{E_t P_{ct+3} - P_{ct-1}}{P_{ct-1}} \right) + \varepsilon_{ikt}, \quad (110)$$

где:

i_{kt} – ключевая ставка ЦБ;

ρ_{ik} – показатель инерционности динамики ключевой ставки; ε_{ikt} – шок ДКП, характеризующий ее дискреционную компоненту; $k_\pi > 1$ – коэффициент реакции [приведенной к году¹⁴] ключевой ставки на ожидаемую годовую инфляцию.

Ключевая ставка реагирует на ожидаемую годовую инфляцию (четырёх кварталов: текущего и трех будущих). Из-за инерционности инфляционного процесса, а также ключевой ставки ее отклик на большинство шоков имеет форму холма. Чтобы сделать реакцию ставки процента на шоки в экономике более сглаженной, в большинстве работ в правило Тейлора включается авторегрессионная компонента¹⁵. Инерционность предотвращает сильный перелет ключевой ставки в ответ на различные шоки, то есть необходимость в будущем корректировать в обратную сторону свои текущие решения.

Мы предполагаем, что монетарные власти не совершают систематических интервенций на рынке иностранной валюты, а национальная валюта находится в режиме свободного плавания. При этом немгновенная подстройка международного рынка капитала делает валютные интервенции потенциально эффективными. В модели инструмент несистематических валютных интервенций реализован через возможность ЦБ эмитировать ценные бумаги B_{nt} (см. уравнение (14)), что приводит к необходимости д/х типа n корректировать объем операций с иностранными ценными бумагами B_{rnt}^* (см. бюджетное ограничение (4)). В итоге эмиссия B_{nt} оказывает воздействие на торговый баланс страны и, соответственно, на спрос, курс, выпуск инфляцию и остальные макропеременные.

Зарубежная экономика

Зарубежную экономику мы предполагаем [большой] закрытой экономикой, динамика которой не зависит от процессов в [малой открытой] отечественной экономике.

Мы используем новую кейнсианскую модель закрытой экономики с постоянной отдачей от масштаба, в которой для производства конечных благ Y_t^* используются труд L_t^* , материалы R_t^* и нефть O_t^* . Производственная функция типа Кобба – Дугласа:

$$Y_t^* = A_t^*(\exp(n^*)L_t^*)^{\alpha_L^*}(R_t^*)^{\alpha_R^*}(O_t^*)^{\alpha_O^*}, \quad \alpha_L^* + \alpha_R^* + \alpha_O^* = 1 \quad (111)$$

где:

$\alpha_L^* \in (0, 1)$ – доля трудовых доходов в общих доходах;

$\alpha_R^* \in (0, 1)$ – доля собственников материалов в общих доходах;

$\alpha_O^* \in (0, 1)$ – доля собственников нефти в общих доходах;

A_t^* – общая факторная производительность зарубежных благ, следующая AR(1) процессу:

$$A_t^* = (A_{t-1}^*)^{\rho_{A^*}}(A^*)^{1-\rho_{A^*}}\exp(g^* + \varepsilon_{A^*t}), \quad \rho_{A^*} \in [0; 1] \quad (112)$$

где:

g^* – темп прироста производительности за рубежом;

ε_{A^*t} – шоки зарубежной общей факторной производительности.

Предложение материалов и нефти предполагаем экзогенными AR(1) процессами:

$$R_t^* = (R_{t-1}^*)^{\rho_{R^*}}(\bar{R}^*)^{1-\rho_{R^*}}\exp(g_{R^*} + \varepsilon_{R^*t}), \quad \rho_{R^*} \in [0; 1] \quad (113)$$

¹⁴ Данный показатель k_π делится на 4, чтобы согласовать годовой темп прироста ИПЦ $\frac{E_t P_{ct+3} - P_{ct-1}}{P_{ct-1}}$ с приведенной к кварталу ключевой ставкой i_{kt} .

¹⁵ Woodford (2001) полагает, что подобная реакция может характеризовать оптимальную монетарную политику, которая опирается не только на потребности, следующие из оптимизации текущей ситуации, но и на историческую динамику ставки процента, что может характеризовать выполнение взятых монетарными властями обязательств перед обществом.

где:

g_{R^*} – темп прироста производства материалов за рубежом;

ε_{R^*t} – шоки предложения материалов.

$$O_t^* = (O_{t-1}^*)^{\rho_{O^*}} (\bar{O}^*)^{1-\rho_{O^*}} \exp(g_{O^*} + \varepsilon_{O_{oil}^*t}), \quad \rho_{O^*} \in [0; 1] \quad (114)$$

где:

g_{O^*} – темп прироста производства нефти за рубежом;

ε_{O^*t} – шоки предложения нефти.

Функция полезности д/х:

$$U_t^* = \sum_{s=0}^{\infty} (\beta^*)^s \exp(u_{\beta^*t+s}) \Lambda_{t+s}^* \quad (115)$$

где:

β^* – субъективный дисконт;

u_{β^*t+s} – AR(1) процесс:

$$u_{\beta^*t} = \rho_{\beta^*} u_{\beta^*t-1} + \varepsilon_{\beta^*t} \quad \rho_{\beta^*} \in [0; 1] \quad (116)$$

Λ_{t+s}^* – мгновенная функция полезности, имеющая вид:

$$\Lambda_t^* = \frac{(C_t^* - h^* C_{t-1}^*)^{1-\sigma^*}}{1-\sigma^*} - \frac{(L_t^*)^{1+\kappa^*}}{1+\kappa^*}, \quad (117)$$

где:

C_t^* – потребление д/х;

L_t^* – отработанные данным д/х часы;

σ^* – параметр, обратный эластичности межвременного замещения потребления;

κ^* – величина, обратная эластичности предложения труда по Фришу;

h^* – параметр внешних привычек в потреблении.

где:

ε_{β^*t} – шок межвременных предпочтений;

Условие первого порядка для динамики потребления зарубежных д/х:

$$\beta^* E_t \left\{ \frac{(1+i_t^*)}{(1+\pi_{t+1}^*)} \frac{\exp(u_{\beta^*t+1})}{\exp(u_{\beta^*t})} \frac{\Lambda_{t+1}^*}{\Lambda_t^*} \right\} = 1, \quad (118)$$

где $\Lambda_{Ct}^* \equiv \frac{\partial \Lambda_t^*}{\partial C_t^*} = (C_t^* - h^* C_{t-1}^*)^{-\sigma^*}$ – предельная полезность от дополнительного

потребления; $\pi_t^* \equiv \frac{P_t^* - P_{t-1}^*}{P_{t-1}^*}$ – темп инфляции зарубежных потребительских цен.

Предложение труда д/х:

$$\frac{W_t^*}{P_t^*} = ((1 - h^*) C_t^*)^{\sigma^*} (L_t^*)^{\kappa^*} \quad (119)$$

Зарубежные фирмы – монополистические конкуренты устанавливают оптимальную цену по модели Кальво с индексацией на зарубежную инфляцию предыдущего квартала.

Кривая Филлипса для зарубежной инфляции имеет вид:

$$\pi_t^* = \frac{\chi^*}{1+\beta^* \chi^*} \pi_{t-1}^* + \frac{\beta^*}{1+\beta^* \chi^*} E_t \pi_{t+1}^* + \frac{(1-\theta^*)(1-\beta^* \theta^*)}{\theta^*} \frac{MC_t^* - \overline{MC}^*}{\overline{MC}^*}, \quad (120)$$

где:

χ^* – степень индексации;

θ^* – параметр модели Кальво (вероятность неоптимизации цены в каждом периоде);

MC_t^* – реальные предельные издержки фирм:

Оптимальный спрос на ресурсы в условиях монополистической конкуренции:

$$L_t^* = \alpha_{L^*} Y_t^* \left(\frac{W_t^*}{P_t^*} \right)^{-1} MC_t^* \quad (121)$$

$$R_t^* = \alpha_{R^*} Y_t^* \left(\frac{P_{Rt}^*}{P_t^*} \right)^{-1} MC_t^* \quad (122)$$

$$O_t^* = \alpha_{O^*} Y_t^* \left(\frac{P_{Ot}^*}{P_t^*} \right)^{-1} MC_t^* \quad (123)$$

Все произведенные блага потребляются зарубежными д/х:

$$Y_t^* = C_t^* \quad (124)$$

Для наглядности из решений пар уравнений (113) и (122); (114) и (123) выведем уравнения динамики цен на материалы и нефть:

$$P_{Rt}^* = \alpha_{R^*} \frac{MC_t^*}{(R_{t-1}^*)^{\rho_{R^*}} (\bar{R}^*)^{1-\rho_{R^*}}} \exp(-\varepsilon_{R^*t}) \quad (125)$$

$$P_{Ot}^* = \alpha_{O^*} \frac{MC_t^*}{(O_{t-1}^*)^{\rho_{O^*}} (\bar{O}^*)^{1-\rho_{O^*}}} \exp(-\varepsilon_{O^*t}) \quad (126)$$

Цены материалов и нефти отрицательно реагируют на шоки предложения ε_{R^*t} и ε_{O^*t} , соответственно, и положительно реагируют на рост реальных предельных издержек в зарубежной экономике. Такая декомпозиция динамики цен на нефть и материалы позволяет точнее идентифицировать источники зарубежного бизнес-цикла.

Зарубежный ЦБ устанавливает ставку по правилу Тейлора:

$$i_t^* = \rho_{i^*} i_{t-1}^* + (1 - \rho_{i^*})(i^* + k_{\pi^*} \pi_t^* + k_{y^*} \frac{Y_t^* - Y^*}{Y^*} + \varepsilon_{i^*t}), \quad (127)$$

где:

i_t^* – ставка зарубежного ЦБ;

ρ_{i^*} – показатель инерционности динамики зарубежной ставки;

ε_{i^*t} – шок зарубежной ставки;

$k_{\pi^*} > 1$ – коэффициент реакции зарубежной ставки на зарубежную инфляцию;

k_{y^*} – коэффициент реакции зарубежной ставки на разрыв выпуска за рубежом.

Зарубежный спрос на продукцию отечественных фирм

Зарубежная экономика предъявляет спрос на продукцию нашего экспорта: торгуемые блага и нефть.

Предположим, что экспортный спрос на отечественную нефть X_{rOt} есть ad hoc функция от зарубежного выпуска Y_t^* с постоянной эластичностью:

$$\frac{X_{rOt} - \bar{X}_{rO}}{\bar{X}_{rO}} = k_{XO} \frac{Y_t^* - \bar{Y}^*}{\bar{Y}^*} + u_{Ext} + u_{ExOt} + z_{Ext}, \quad (128)$$

где:

k_{XO} – эластичность спроса на отечественную нефть по объему зарубежного выпуска;

u_{Ext} и u_{ExOt} – AR(1) процессы, задающие изменения зарубежного спроса на весь отечественный экспорт и экспорт отечественной нефти, соответственно:

$$u_{Ext} = \rho_{Ex} u_{Ext-1} + \varepsilon_{Ext} \quad \rho_{Ex} \in [0; 1] \quad (129a)$$

$$u_{ExOt} = \rho_{ExO} u_{ExOt-1} + \varepsilon_{ExOt}, \quad \rho_{ExO} \in [0; 1] \quad (129b)$$

где:

ε_{Ext} – временный шок спроса на весь отечественный экспорт;

ε_{ExOt} – временный шок спроса на экспорт отечественной нефти.

z_{Ext} – квази-I(1) компонента перманентного шока экспорта:

$$z_{Ext} = 0,9999 z_{Ext-1} + v_{Ext}, \quad (130)$$

где v_{Ext} – перманентный шок экспорта.

На рынке торгуемых благ отечественные блага конкурируют с зарубежными, а спрос на продукцию отечественного экспорта следует из задачи оптимального распределения зарубежного спроса между монополистическими конкурентами:

$$X_{rHt} = \omega_H \exp(u_{Ext} + u_{ExHt} + z_{Ext}) Y_t^* \left(\frac{P_{rHt}^*}{P_t^*} \right)^{-\delta^*}, \quad (131)$$

где:

ω_H – доля мирового спроса, приходящаяся на отечественные торгуемые блага в долгосрочном периоде;

δ^* – эластичность спроса на отечественный экспорт по цене;

u_{ExHt} – AR(1) процесс, задающий изменение зарубежного спроса на экспорт отечественных торгуемых благ. Для того чтобы отраслевые компоненты u_{ExOt} и u_{ExHt} не оказывали влияния на общий спрос на экспорт, наложим на них ограничение:

$$\gamma_{rO} u_{ExOt} + (1 - \gamma_{rO}) u_{ExHt} = 0, \quad (132)$$

где γ_{rO} – доля нефти в общем экспорте.

В этом случае шок ε_{ExOt} перераспределяет спрос зарубежной экономики между отечественным нефтяным сектором и отраслью отечественных торгуемых благ. Шоки ε_{Ext} и u_{Ext} симметрично воздействуют одновременно на обе отрасли отечественного экспорта.

Для целей идентификации модели определим номинальный экспорт и импорт региона r (в единицах иностранной валюты):

$$NEx_{rt} = \frac{P_{Ot}}{S_t} X_{rOt} + P_{rHt}^* X_{rHt} \quad (133)$$

$$NIm_{rt} = Y_{rFt} MC_t^* P_t^* + \frac{\varphi-1}{\varphi} P_{Rt}^* P_t^* R_{rt}. \quad (134)$$

Общее равновесие

Общее равновесие требует, чтобы в каждый период времени спрос и предложение на каждом из сегментов рынка были равны друг другу. Условие равновесия запишем для всех рынков каждого региона r .

На рынке блага k региона r объем спроса со стороны д/х, фирм, правительства и зарубежной экономики равен объему предложения. Для неторгуемых отраслей спрос создается внутри региона:

$$Y_{rNt} = C_{rNt} + I_{rNt} + G_{rNt} \quad (135)$$

$$Y_{rSt} = C_{rSt} + I_{rSt} + G_{rSt} \quad (136)$$

Объем произведенных зарубежных торгуемых благ также определяется спросом отечественных агентов региона r :

$$Y_{rFt} = C_{rFt} + I_{rFt} + G_{rFt} \quad (137)$$

Спрос на отечественные торгуемые блага региона r создается во всех регионах q и за рубежом:

$$Y_{rHt} = \sum_q \lambda_{rq} \frac{\lambda_q}{\lambda_r} \left[(C_{qHt} + I_{qHt} + G_{qHt}) \left(\frac{P_{rHst}}{P_{qHt}} \right)^{-\delta_R} \right] + X_{rHt} \quad (138)$$

Спрос на нефть только зарубежный:

$$Y_{rOt} = X_{rOt} \quad (139)$$

Выше описано условие равновесия на рынке труда: предложение труда д/х группы j региона r выравнивается со спросом на труд д/х данной группы j со стороны фирм из всех регионов q и всех отраслей m :

$$L_{rjt} = \sum_q \sum_m L_{rqmjt} \quad (40)$$

Равновесие на финансовом рынке означает, что при установленной отечественными и зарубежными монетарными властями ставках процента, а также текущем объеме выпущенных фискальными и монетарными властями ценных бумаг рикардянские д/х обеспечивают себе оптимальный уровень расходов за счет операций с иностранными ценными бумагами.

Определим реальный валовый региональный продукт (ВРП) как сумму добавленных стоимостей всех отраслей $m \in \{H, N, S, O\}$, а также в отраслях импорта благ F и материалов R :

$$Y_{rt} = \sum_m Y_{rmt} - R_{rt} + \frac{Y_{rFt} + R_{rt}}{\varphi} \quad (140)$$

Реальный валовый внутренний продукт есть сумма ВРП всех регионов:

$$Y_t = \sum_r Y_{rt} \quad (141)$$

Уравнение платежного баланса региона следует из бюджетного ограничения д/х типа n региона r :

$$\frac{X_{rOt} P_{Ot}}{S_t} + X_{rHt} P_{rH^*t} - Y_{rFt} MC_t^* P_t^* - \frac{\varphi-1}{\varphi} R_{rt} P_{Rt}^* P_t^* - \frac{P_t^* Adj_{B^*t} + B_{rnt-1}^* (1+i_{rnt-1}^*) - B_{rnt}^*}{1-\lambda_n} - \frac{1}{S_t} \frac{B_{rnt-1} (1+i_{rnt-1}) - B_{rnt}}{1-\lambda_n} = 0 \quad (142)$$

Мы определили B_{rnt} как задолженность д/х перед ЦБ, которой монетарные власти могут дискреционным образом манипулировать. Из (142) видно, что $\frac{B_{rnt}}{S_t}$ – имеет экономический смысл международных резервов ЦБ. Из-за несовершенной международной мобильности капитала второй инструмент ДКП будет эффективным (см. Шульгин, 2014). При этом мы не задаем правила для данного инструмента (систематическую компоненту международных резервов), оставляя возможность монетарным властям проводить дискреционную валютную политику.

Агрегирование

Определив общее равновесие на уровне региона r , получим динамику переменных для страны в целом с помощью агрегирования региональных переменных:

$$x_t = \sum_r \lambda_r x_{rt}, \quad (143)$$

где

$x_t \in$

$\{Y_t, C_t, \pi_{ct}, \pi_{Rt}, W_t, L_t, B_t, T_t, G_t, T_{Lt}, T_{Ot}, i_t, P_{ct}, MC_{Rt}, B_{nt}, B_{nt}^*, A_{nt}, rp_{nt}, R_t, I_t, K_t, i_{nt}, BD_t, BD_{Ot}\}$

Для целей выявления информации о поведении неоднородных д/х, фирм и состояния рынков благ проведем региональное агрегирование переменных вида:

$$x_{jt} = \sum_r \frac{\lambda_r \lambda_{rj}}{\lambda_j} x_{rjt}, \quad (144)$$

где $x_{jt} \in \{C_{jt}, W_{jt}, A_{jt}\}$

$$x_{kt} = \sum_r \lambda_r x_{rkt}, \quad (145)$$

где $x_{kt} \in \{C_{kt}, G_{kt}, I_{kt}, \pi_{kt}\}$

$$x_{mt} = \sum_r \lambda_r x_{rmt}, \quad (146)$$

где $x_{mt} \in \{Y_{mt}, X_{mt}, MC_{mt}\}$

Некоторые региональные переменные также получены агрегированием:

$$x_{rt} = \sum_j \lambda_{rj} x_{rjt}, \quad (147)$$

где $x_{rt} \in \{B_{rt}^*, C_{rt}, B_{rt}, A_{jt}, rp_{rt}\}$

$$x_{rt} = \sum_m x_{rmt}, \quad (148)$$

где $x_{mt} \in \{R_{rt}, I_{rt}, L_{rt}, K_{rt}\}$

Потребление благ типа k в регионе r агрегируем по типам d/x j :

$$C_{rkt} = \sum_j \lambda_{rj} x_{rkjt} \quad (149)$$

Инвестиции в блага типа k в регионе r есть сумма по отраслям m :

$$I_{rkt} = \sum_m I_{rmkt}. \quad (150)$$

Траектория сбалансированного роста

Из-за наличия экзогенных темпов прироста трудовых ресурсов n и TFP g определим свойства траектории сбалансированного роста (balanced growth path – bgr). Определим долгосрочный (на bgr) темп прироста выпуска и, соответственно, всех переменных в долгосрочном периоде пропорциональных выпуску – капитала, материалов, потребления, госрасходов, инвестиций.

Для этого прологарифмируем и возьмем производную по времени производственной функции (62):

$$g_Y = g + \alpha_L(n + g_L) + \alpha_K g_K + \alpha_R g_R, \quad (151)$$

где обозначим g_x – темп прироста переменной x_t . При определении темпов прироста переменных мы опускаем индексы региона, отрасли, d/x , так как на bgr региональная, отраслевая, агентская структура экономики не меняется, поэтому темпы прироста не зависят от данных индексов.

Так как выпуск, капитал и материалы на bgr растут с равным темпом прироста, имеем:

$$g_Y = g_K = g_R = n + g_L + \frac{g}{\alpha_L} \quad (152)$$

Из спроса на труд (58) следует темп прироста реальной зарплаты:

$$g_w = g_Y - n - g_L = \frac{g}{\alpha_L} \quad (153)$$

Из условия предложения труда в долгосрочном периоде (39) следует:

$$g_w = \sigma(g_Y - n) + \kappa g_L \quad (154)$$

Решая совместно (153) и (154) получаем долгосрочный темп прироста отработанных часов одного работника:

$$g_L = \frac{g}{\alpha_L} \frac{1-\sigma}{\sigma+\kappa} \quad (155)$$

Долгосрочный темп прироста выпуска на bgr:

$$g_Y = \frac{g}{\alpha_L} \left(1 + \frac{1-\sigma}{\sigma+\kappa}\right) + n \quad (156)$$

Аналогично для зарубежной экономики:

$$g_Y^* = \frac{g^*}{\alpha_L^*} \left(1 + \frac{1-\sigma^*}{\sigma^*+\kappa^*}\right) + n^* \quad (157)$$

Мы предполагаем, что уровень цен также имеет экзогенный долгосрочный темп прироста π для отечественных цен и π^* для зарубежных цен¹⁶. Таким образом, долгосрочный темп прироста номинальных переменных модели складывается из темпа прироста реальной и ценовой частей. Например, темп прироста номинальных налогов составляет $g_T = g_Y + \pi$; темп прироста номинального импорта и экспорта в единицах иностранной валюты: $g_{Im} = g_{Ex} = g_Y + \pi^*$.

Свойства траектории сбалансированного роста в целом соответствуют стилизованным фактам Калдора. Нестандартным свойством bgr является ненулевой темп прироста отработанных часов на одного работника g_L на bgr. Данный вывод возникает из свойств функции мгновенной полезности d/x и следующих из нее свойств функции

¹⁶ Мы игнорируем влияние долгосрочного темпа роста цен на бизнес-цикл.

долгосрочного предложения труда. Традиционное решение для d/x ($g_L = 0$) соответствует случаю единичной эластичности межвременного замещения $\sigma = 1$, что является стандартом в литературе по теории экономического роста. В нашем случае важнее среднесрочная подстройка к долгосрочному равновесию, чем свойства самого долгосрочного равновесия, поэтому мы не фиксируем данный параметр и позволяем ему подстраиваться под квартальные данные.

Параметризация

Параметризация состоит из двух шагов. На первом шаге мы калибруем те параметры, которые плохо идентифицируются на квартальной статистике, но могут быть калиброваны на основе соответствующих региональных, отраслевых, агентских международных, агрегированных данных. Для этих целей мы используем различные источники информации от статистических сборников до работ других авторов, в том числе иностранных. На втором шаге мы собираем априорную информацию о параметрах, которые далее оцениваются байесовским методом на квартальной статистике. Параметризация модели базируется на найденной многомерной моде апостериорного распределения.

Данные

Для байесовской оценки параметров модели мы используем региональные, отраслевые, агентские, общероссийские и международные ряды наблюдаемых переменных. В табл. 1 приведены наблюдаемые переменные, формулы, связывающие наблюдаемые и модельные переменные, коэффициенты детерминистического тренда для каждой, а также источник информации. Большинство агрегированных общестрановых наблюдаемых рядов традиционно используются для идентификации шоков в практически ориентированных DSGE моделях, поэтому сконцентрируемся на использованной в модели информации о трех типах неоднородности. Все региональные переменных вычисляются с помощью агрегирования рядов российских регионов, входящих в Волго-Вятский макрорегион (ВВМР): Республика Марий Эл, Республика Мордовия, Республика Татарстан, Удмуртская Республика, Чувашская Республика, Кировская область, Нижегородская область, Пензенская область, Самарская область, Саратовская область, Ульяновская область. Валовой региональный продукт (ВРП) не рассчитывается Росстатом на квартальной частоте, поэтому мы используем методологию и результаты, полученные с помощью методологии темпорального дезагрегирования Bozko et al. (2020).

Для оценки модели мы используем ряд логарифма уровня относительных цен ВВМР относительно России в целом RP_{VVobs} , который с точностью до константы вычисляется на базе двух рядов: инфляция по ИПЦ в РФ π_{obs} и инфляция по ИПЦ в ВВМР π_{VVobs} .

Приведем несколько эмпирических фактов о рядах ВВМР в сравнении их с агрегированными для страны аналогами. Корреляция избавленных от сезонности рядов инфляции России и ВВМР в диапазоне 2014–2023 гг. составляет $Cor(\pi_{ct}, \pi_{cVt}) = 0,99$. Эта сверхвысокая корреляция свидетельствует о решающей роли общих шоков в объяснении инфляции, ограниченном влиянии регионального бизнес-цикла на региональную инфляцию, а также сильных региональных эффектах spill-over.

ВРП ВВМР за период 2014–2025 г. рос со средним темпом прироста 1,78% в год, в то время как средний темп прироста ВВП РФ за тот же период составлял 1,35% в год. Эта разница с большой вероятностью не связана с различием в долгосрочных темпах прироста двух серий. Например, в период 2014–2021 г. темп прироста ВВП РФ составлял 1,27%, в то

время как ВРП ВВМР рос с темпом прироста 0,89%. Такая разница в темпах прироста ВРП ВВМР на разных временных отрезках с большой вероятностью связана с региональной составляющей бизнес-цикла: либо региональными шоками, либо с особенностями отраслевой и агентской структуры МР. В модели мы постулируем равенство долгосрочных темпов прироста (как детерминистических, так и стохастических компонент) ВВП РФ и ВРП ВВМР и объясняем возникающие расхождения, прежде всего, шоками неоднородности. Это не противоречит приведенным эмпирическим фактам.

Разница в динамике реальной з/п ВВМР и РФ ведет себя аналогично выпуску. За период 2014–2025 г. темпы прироста близкие, хотя и не идентичные: у реальной з/п ВВМР 2,75%, а у РФ 2,38%. В период ускоренного роста 2022–2025 гг. реальные з/п выросли на 22,4% в ВВМР и на 17,1% в РФ. Такой разброс свидетельствует о существенном вкладе в динамику реальной з/п региональных шоков и/или региональных особенностей ВВМР, а также не противоречит сделанной в модели предпосылке о равенстве долгосрочных темпов прироста реальной з/п ВВМР и РФ.

При вычислении ряда логарифма объема потребления hand-to-mouth д/х на одного человека мы использовали методологию, близкую к той, что применялась в Шульгин и др. (2025).

Для оценки параметров зарубежной экономики мы использовали данные США (цены, ставка), G20 (выпуск) и информацию с товарных бирж. Использование данных о производстве в G20, а не США, по нашему мнению, оправдано, так как дает гораздо больше информации о внешней торговле РФ. Невязка с правилом монетарной политики, которое связывает ставку (США) с разрывом выпуска (G20), отнесена на шоки зарубежной монетарной политики¹⁷.

Таблица 1. Квартальные ряды наблюдаемых переменных модели

Обозначение	Наблюдаемая переменная	Уравнение связи	Тренд	Источник
Общероссийские (агрегированные) переменные				
π_{obs}	Инфляция по ИПЦ, QoQ, SA	$\pi_{obs} = 0,01 + \pi_{ct}$	0	Росстат
Y_{obs}	Логарифм ВВП, цены 2016 г., SA	$Y_{obs} = a_{0Y} + g_Y t + \ln Y_t$	g_Y	Росстат
G_{obs}	Логарифм госрасходов, цены 2016 г., SA	$G_{obs} = a_{0G} + g_Y t + \ln G_t$	g_Y	Росстат
I_{obs}	Логарифм ВНОК, цены 2016 г., SA	$I_{obs} = a_{0I} + g_Y t + \ln I_t$	g_Y	Росстат

¹⁷ Такая невязка не представляется критической, если отсутствует намерение использовать разработанную DSGE-модель для сценарного анализа, связанного с мировой экономикой.

w_{obs}	Логарифм реальной зарплаты, SA	$w_{obs} = a_{0w} + g_w t + \ln w_t$	g_w	Росстат
BD/Y_{obs}	Отношение сальдо нефтегазового дефицита бюджета к ВВП, SA	$BD/Y_{obs} = a_{0BD} + \frac{BD_t}{P_{ct} Y_t}$	0	Росстат, расчеты авторов
NEx_{obs}	Логарифм номинального экспорта, млрд долл. США	$NEx_{obs} = a_{0NEx} + (g_Y + \pi^*)t + \ln NEx_t$	$g_Y + \pi^*$	Платежный баланс, Банк России
NIm_{obs}	Логарифм номинального экспорта, млрд долл. США	$NIm_{obs} = a_{0NEx} - a_{0NIm} + (g_Y + \pi^*)t + \ln NIm_t$	$g_Y + \pi^*$	Платежный баланс, Банк России
L_{obs}	Логарифм отработанных часов на одного занятого, SA	$L_{obs} = a_{0L} + g_L t + \ln L_t + me_{Lt}$	g_L	Росстат
N_{obs}	Занятые = Рабочая сила – безработные, SA	$N_{obs} = a_{0N} + n t + \ln N_t$	n	Росстат
i_{kobs}	Ключевая ставка, приведенная к кварталу	$i_{kobs} = 0,01 + i_{kt}$	0	Банк России
i_{obs}	Ставка по кредитам, приведенная к кварталу	$i_{obs} = a_{0i} + i_t$	0	Банк России
Q_{obs}	Реальный курс доллара США	$Q_{obs} = a_{0Q} + \ln Q_t$	0	Банк России, расчеты авторов
Региональные переменные (VV = Волго-Вятский макрорегион (ВВМР))				
π_{VVobs}	Инфляция по ИПЦ ВВМР, QoQ, SA	$\pi_{VVobs} = 0,01 + \pi_{cVVt}$	0	Росстат, расчеты авторов
RP_{VVobs}	Логарифм уровня относительных цен ВВМР относительно России в целом	$RP_{VVobs} = a_{0RP_{VV}} + \ln \left(\frac{P_{cVVt}}{P_{ct}} \right)$	0	Росстат, расчеты авторов
Y_{VVobs}	Логарифм ВРП ВВМР, цены 2016 г., SA	$Y_{VVobs} = a_{0Y_{VV}} + g_Y t + \ln Y_{VVt}$	g_Y	Методология расчета на основе Бойко и др. (2020)
G_{VVobs}	Логарифм госрасходов ВВМР, цены 2016 г., SA	$G_{VVobs} = a_{0G_{VV}} + g_Y t + \ln G_{VVt}$	g_Y	Росстат, расчеты авторов

w_{VVobs}	Логарифм реальной зарплаты ВВМР, SA	$w_{VVobs} = a_{0w_{VV}} + g_w t + \ln w_{VVt}$	g_w	Росстат, расчеты авторов
i_{VVobs}	Ставка по кредитам в ВВМР, приведенная к кварталу	$i_{VVobs} = a_{0i_{VV}} + i_{VVt}$	0	Банк России, расчеты авторов
Отраслевые переменные				
Y_{Nobs}	Логарифм объема производства в секторе услуг, SA	$Y_{Nobs} = a_{0Y_N} + g_Y t + \ln Y_{Nt}$	g_Y	Росстат
Y_{Oobs}	Логарифм объема производства в секторе добычи, SA	$Y_{Oobs} = a_{0Y_O} + g_Y t + \ln Y_{Ot}$	g_Y	Росстат
π_{Nobs}	Инфляция услуг, QoQ, SA	$\pi_{Nobs} = 0,01 + \pi_{Nt}$	0	Росстат
Агентские переменные				
C_{hobs}	Логарифм объема потребления hand-to-mouth д/х на одного человека, SA	$C_{hobs} = a_{0C_h} + (g_Y - n)t + \ln C_{ht}$	$g_Y - n$	RLMS, ОБДХ, Росстат, расчеты авторов
Зарубежные переменные				
Y_{obs}^*	Логарифм ВВП G20, SA	$Y_{obs}^* = a_{0Y^*} + g_Y^* t + \ln Y_t^*$	g_Y^*	World Bank
π_{obs}^*	Инфляция в США на основе ИПЦ, SA	$\pi_{obs}^* = a_{0\pi^*} + \pi_t^*$	0	Fed
i_{obs}^*	Верхняя граница диапазона ставки федеральных фондов в США	$i_{obs}^* = a_{0i^*} + i_t^*$	0	Fed
P_{Onobs}^*	Логарифм цены на нефть (Urals), долл. США за барр.	$P_{Onobs}^* = a_{0P_O^*} + \pi^* t + \ln(P_{Ot}^* P_t^*)$	π^*	IMF
P_{Rnobs}^*	Логарифм индекса неэнергетических commodities	$P_{Rnobs}^* = a_{0P_R^*} + \pi^* t + \ln(P_{Rt}^* P_t^*)$	π^*	IMF

Источник: расчеты авторов.

На рис. П1 в Приложении приведена динамика основных переменных в модели (данные + прогноз).

Калибровка параметров

Ряд параметров плохо [или совсем не] идентифицируются на квартальных данных. В этом случае мы ищем альтернативные источники информации для их идентификации. В табл. 2 собрана информация о калибровке такого типа параметров модели.

Табл. 2. Калиброванные параметры

Обознач	Название параметра	Значение	Источник/формула/комментарий
Общероссийские параметры			
β	Дисконтный множитель	0,995	Временной дисконт 2% в годовом выражении
δ_K	Норма выбытия капитала	0,025	Износ капитала 10% в год
δ_L	Эластичность замещения между трудом различных групп д/х	0,6	Замещение труда больших групп д/х достаточно низкое
φ	Эластичность замещения между дифференцированными благами	6	Монополистическая наценка в 20%: $\frac{1}{\varphi-1}$
φ_L	Эластичность замещения между дифференцированным трудом д/х	6	Монополистическая наценка в 20%: $\frac{1}{\varphi_L-1}$
τ	Налог на трудовой доход	0,3	Соответствует объему госрасходов в 30% ВВП
ρ_{ik}	Коэффициент авторегрессии ключевой ставки в правиле Тейлора	0,6	Плохо идентифицируется вместе с другими параметрами правила Тейлора
$\psi_{\Delta B^*}$	Параметр функции издержек, связанный с отклонением текущего уровня зарубежных долгов от предыдущего уровня	0,1	Низкие издержки подстройки
α_L	Доля оплаты труда в издержках	0,66	С учетом монополистической наценки соответствует доле трудовых доходов в ВВП около 55%
α_R	Доля оплаты импортированных материалов в издержках	0,05	Доля импортированных материалов в отечественной экономике несколько выше, чем за рубежом ($\alpha_R^* = 0,025$)
α_K	Доля оплаты капитала в издержках	0,29	$\alpha_K = 1 - \alpha_L - \alpha_R$
ψ_i	Полуэластичность премии за риск по объему активов региона	0,0001	Минимальное значение, обеспечивающее устойчивость финансового рынка региона
Зарубежные параметры			
φ^*	Зарубежная эластичность замещения между дифференцированными благами	6	Монополистическая наценка в 20%: $\frac{1}{\varphi-1}$
n^*	Зарубежный темп прироста населения	0,002	Соответствует росту населения темпом прироста 0,8% в год
κ^*	Величина, обратная эластичности предложения труда по Фришу	1	
γ_{B^*}	Отношение зарубежных долгов отечественных д/х к экспорту в стационарном состоянии	4	Соответствует величине зарубежных долгов отечественных д/х, равной годовому экспорту
ρ_{i^*}	Параметр инерционности динамики зарубежной ставки	0,8	Плохо идентифицируется на данных. Соответствует оценкам других авторов

Региональные параметры (VV = Волго-Вятский макрорегион (ВВМР))			
λ_{VV}	Доля населения ВВМР	0,138	Росстат, расчеты авторов
λ_{RU}	Доля населения остальных регионов	0,862	$\lambda_{RU} = 1 - \lambda_{VV}$
GRP_{VV}	ВРП на душу населения в ВВМР, тыс. руб. 2021 г. за квартал	160	Росстат, расчеты авторов
GRP_{RU}	ВРП на душу населения в остальных регионах, тыс. руб. 2021 г. за квартал	213	Росстат, расчеты авторов
k_{CVVn}	Отношение среднедушевого потребления д/х группы n к среднедушевому потреблению д/х группы h в ВВМР	2,6	RLMS, ОБДХ, расчеты авторов
k_{CRUn}	Отношение среднедушевого потребления д/х группы n к среднедушевому потреблению д/х группы h в остальных регионах России	2,8	RLMS, ОБДХ, расчеты авторов
γ_{OVV}	Доля нефти в общем экспорте ВВМР	0,66	$\gamma_{Or} = \gamma_O$, ФТС
γ_{ORU}	Доля нефти в общем экспорте остальных регионов России	0,66	$\gamma_{Or} = \gamma_O$, ФТС
γ_{GVV}	Отношение госрасходов к ВРП в ВВМР	0,3	$\gamma_{Gr} = \gamma_G$, Росстат
γ_{GRU}	Отношение госрасходов в ВРП в остальных регионах России	0,3	$\gamma_{Gr} = \gamma_G$, Росстат
γ_{BVV}	Отношение эмитированных государственных ц/б к ВРП в ВВМР в стационарном состоянии	1	$\gamma_{Br} = \gamma_B$. Соответствует соотношению годового государственного долга к ВВП = 1/4
γ_{BRU}	Отношение эмитированных государственных ц/б к ВРП в остальных регионах России в стационарном состоянии	1	$\gamma_{Br} = \gamma_B$. Соответствует соотношению годового государственного долга к ВВП = 1/4
γ_{TRYVV}	Отношение объема трансфертов группе д/х h из государственного бюджета к ВРП в ВВМР в стационарном состоянии	0,033	$\gamma_{TRYr} = \gamma_{TRY}$, Минфин России
γ_{TRYRU}	Отношение объема трансфертов группе д/х h из государственного бюджета к ВРП в остальных регионах России в стационарном состоянии	0,033	$\gamma_{TRYr} = \gamma_{TRY}$, Минфин России
$k_{VV^H/T}$	Доля отечественных торгуемых благ в общем объеме торгуемых благ ВВМР	0,6	Платежный баланс, расчеты авторов
$k_{RU^H/T}$	Доля отечественных торгуемых благ в общем объеме торгуемых благ остальных регионов России	0,6	Платежный баланс, расчеты авторов
θ_{RU}	Коэффициент для определения параметров Кальво для остальных регионов России: $\theta_{RUm} = \theta \theta_{RU} \theta_m$ и $\theta_{WRUj} = \theta_W \theta_{RU} \theta_j$	1	Нормировка
Региональные + отраслевые параметры			

λ_{VVN}	Доля неторгуемых благ (услуг) в совокупном спросе ВВМР	0,230	Росстат, расчеты авторов
λ_{VVS}	Доля услуг ЖКХ в совокупном спросе ВВМР	0,050	Росстат, расчеты авторов
λ_{VVH}	Доля отечественных торгуемых благ в совокупном спросе ВВМР	0,432	$\lambda_{VVH} = k_{VVH/T}(1 - \lambda_{VVN} - \lambda_{VVS})$
λ_{VVF}	Доля зарубежных торгуемых благ в совокупном спросе ВВМР	0,288	$\lambda_{VVF} = (1 - k_{VVH/T})(1 - \lambda_{VVN} - \lambda_{VVS})$
λ_{RUN}	Доля неторгуемых благ (услуг) в совокупном спросе остальных регионов России	0,230	Росстат, расчеты авторов
λ_{RUS}	Доля услуг ЖКХ в совокупном спросе остальных регионов России	0,050	Росстат, расчеты авторов
λ_{RUH}	Доля отечественных торгуемых благ в совокупном спросе остальных регионов России	0,432	$\lambda_{RUH} = k_{RUH/T}(1 - \lambda_{RUN} - \lambda_{RUS})$
λ_{RUF}	Доля зарубежных торгуемых благ в совокупном спросе остальных регионов России	0,288	$\lambda_{RUF} = (1 - k_{RUH/T})(1 - \lambda_{RUN} - \lambda_{RUS})$
Региональные + агентские параметры			
λ_{VVh}	Доля д/х группы h в ВВМР	0,45	RLMS, ОБДХ, расчеты авторов
λ_{VVn}	Доля д/х группы n в ВВМР	0,55	$\lambda_{VVn} = 1 - \lambda_{VVh}$
λ_{RUh}	Доля д/х группы h в остальных регионах России	0,4	RLMS, ОБДХ, расчеты авторов
λ_{RUN}	Доля д/х группы n в остальных регионах России	0,6	$\lambda_{RUN} = 1 - \lambda_{RUh}$
Отраслевые параметры			
$\rho_{\mu S}$	Коэффициент авторегрессии относительной цены ЖКХ к ИПЦ	0,95	За 1 год закрывается 19% разрыва между индексом цен ЖКХ и ИПЦ
θ_H	Коэффициент для определения параметра Кальво в отрасли отечественных торгуемых благ: $\theta_{rH} = \theta \theta_r \theta_H$	1	Нормировка
θ_F	Коэффициент для определения параметра Кальво в отрасли зарубежных торгуемых благ: $\theta_{rF} = \theta \theta_r \theta_F$	1	Нормировка
θ_{H^*}	Коэффициент для определения параметра Кальво в отрасли отечественных торгуемых благ за рубежом: $\theta_{rH^*} = \theta \theta_r \theta_{H^*}$	1	Нормировка
Агентские параметры			
λ_h	Доля д/х группы h в России	0,4069	$\lambda_h = \sum_r \lambda_r \lambda_{rh}$
λ_n	Доля д/х группы n в России	0,5931	$\lambda_n = \sum_r \lambda_r \lambda_{rn} = 1 - \lambda_h$
θ_n	Коэффициент для определения параметра Кальво для заработной платы: $\theta_{Wrn} = \theta_W \theta_r \theta_n$	1	Нормировка

Источник: расчеты авторов

Байесовская оценка параметров

Мы используем байесовскую методологию: (а) учет дополнительной информации о параметрах и шоках; (б) учет априорной информации о свойствах объекта, таких как перенос курса в цены, эластичность валютного курса по цене на нефть, реакция инфляции на ключевую ставку и др.; (в) улучшение свойств сходимости (к многомерной моде) функции апостериорной плотности при использовании алгоритмов максимизации.

Байесовскую оценку проведем в два этапа. На первом этапе на временном интервале I квартал 2010 – II квартал 2025 г. мы отдельно оцениваем параметры модели внешнего сектора, так как данные параметры не связаны с апостериорной плотностью, рассчитанной на основе российских рядов. На втором этапе мы фиксируем глубокие параметры, оцененные на первом этапе, и оцениваем полную модель на основе как российских, так и внешних рядов. При этом мы заново оцениваем динамические параметры экзогенных шоков внешнего сектора, так как оценку производим на другом временном интервале (I квартал 2014 – IV квартал 2025 г.). Другая причина переоценки динамических параметров шоков зарубежной экономики – коррекция ошибок идентификации той части зарубежной экономики, которая взаимодействует с Россией.

Априорные распределения параметров

Большинство стандартных отклонений шоков мы оцениваем с помощью неинформативного (равномерного) априорного распределения. Исключение – это шоки, идентификация которых затруднена недостатком информации. Например, шоки ТФР ε_A имеют эффект на экономику близкий с эффектом от шоков монополистической наценки ε_μ ; краткосрочные шоки рабочей силы ε_N конкурируют с перманентными шоками рабочей силы ε_{Nj} ; агентские шоки ε_{Tj} и $\varepsilon_{\beta j}$ конкурируют за объяснение динамики единственного наблюдаемого агентского ряда: потребления группы d/h . Во всех случаях мы используем обратное гамма-распределение: $\Gamma^{-1}(0,005, \infty)$, чтобы оценки стандартных отклонений данных шоков были отличны от нуля. Для всех авторегрессионных коэффициентов шоков мы используем бета-распределение $B(0,5; 0,1)$, чтобы улучшить совместную идентификацию временных и перманентных шоков (см. далее).

Для оценки параметров Кальво для благ θ , материалов (ресурсов) θ_R и заработной платы θ_W мы используем бета-распределение $\theta, \theta_R, \theta_W \sim B(0,8; 0,03)$. Достаточно высокие значения матожиданий данных параметров отражают нашу уверенность в невысоком переносе издержек в цены, что следует из ряда эмпирических работ, посвященных оценке механизмов трансмиссии на российских данных (Андреев, 2019, Напалков и др., 2021). Распределение всех региональных, отраслевых и агентских факторов, воздействующих на параметры Кальво, мы оцениваем с помощью нормального распределения: $\theta_r, \theta_{m_K}, \theta_j \sim N(1, 0,05)$. Исключение: априорное распределение для отрасли N : $\theta_N \sim N(1,05; 0,05)$. $E(\theta_N) > 1$ отражает более низкую вероятность коррекции цены в отрасли услуг, продемонстрированную в Нёма и др. (2026). Оценка параметров степени индексации происходит на основе бета-распределения $\chi, \chi_R, \chi_W \sim B(0,5; 0,1)$, что соответствует общей практике.

Априорное распределение для параметров регионального смещения: $\Omega, \Omega_L \sim B(0,7; 0,05)$. Это соответствует тому, что в корзине потребления малых по размеру регионов местные региональные блага занимают не менее 30% отечественных торгуемых благ.

Априорные распределения для эластичностей замещения между различными типами благ внутри страны и для наших товаров за рубежом: $\delta_C, \delta^* \sim N(0,8; 0,1)$. Это отражает предположение о невысокой степени замещения различных типов благ в агрегатах. Такое же распределение используется для эластичности замещения между трудом д/х из различных регионов: $\delta_{LR} \sim N(0,8; 0,1)$. Эластичность замещения между торгуемыми благами из разных регионов предполагается выше: $\delta_R \sim N(1,5; 0,1)$.

Для обоих параметров функции полезности мы используем нормальное априорное распределение с традиционными в литературе средними: $\sigma \sim N(2; 0, 0,35)$ $\kappa \sim N(1; 0, 0,2)$. Параметр привычек в потреблении оцениваем с априорным распределением $h \sim B(0,4; 0,1)$. Параметр функции издержек подстройки инвестиций $\phi_I \sim N(1; 0,1)$. $E(\phi_I)$ установлено экспериментально (в диапазоне 0,5–2,0) для получения умеренной процикличности инвестиций. Коэффициент реакции на ожидаемую годовую инфляцию в правиле Тейлора оценивается с помощью априорного распределения $k_\pi \sim N(2; 0,1)$. В большинстве работ $E(k_\pi) = 1,5$, но для режима инфляционного таргетирования матожидание данного параметра обычно выше. Априорное распределение эластичности аккордных налогов по уровню реального госдолга $\psi_G \sim N(0,1; 0,02)$. Мы исходим из того, что при $\psi_G \approx 0,1$, правило стабилизации государственного долга порождает длительную подстройку госдолга, влияние которой на бизнес-цикл в среднесрочном периоде ограничено.

Распределение параметра функции издержек, связанного с отклонением текущего уровня зарубежных долгов от стационарного уровня: $\psi_{B^*} \sim N(0,08; 0,01)$. Выбор $E(\psi_{B^*})$ связан с необходимостью добиться корректного знака функций импульсного отклика инфляции в ответ на шоки платежного баланса (см. далее). Полуэластичность внешней премии к реальной цене на нефть оценим с априорным распределением: $\xi_O \sim N(0,003; 0,001)$. $E(\xi_O)$ было выбрано таким образом, чтобы получить эластичность курса иностранной валюты к цене нефти близкую к авторским расчетам такой эластичности на данных после 2022 г. ((-0,2) – (-0,15)). Эластичность спроса на отечественную нефть по объему зарубежного выпуска предположим чуть ниже, чем эластичность спроса на отечественные торгуемые блага за рубежом с априорным распределением $k_{XO} \sim N(0,5; 0,05)$. Параметр, характеризующий степень стабилизации динамики зарубежных цен на нефть для внутреннего рынка, мы оцениваем с помощью следующего априорного распределения: $k_{SF} \sim N(0,5; 0,05)$. Исторический диапазон включает периоды, для которых степень стабилизации цены на нефть за счет различных принципов пополнения/использования стабилизационных фондов существенно различалась, поэтому в работе мы предлагаем ориентироваться на среднее значение в 50%.

Для всех параметров наблюдаемых рядов x_{obs} : a_{0x} мы используем неинформативное априорное распределение. Оценка темпов прироста производительности мы используем априорное распределение $g \sim N(0,0025; 0,0005)$, темпов прироста рабочей силы $n \sim N(0; 0,001)$, что примерно соответствует наблюдаемым темпам прироста населения, ВВП. Предположение о ненулевой невязке темпов прироста реальной зарплаты с темпами прироста других наблюдаемых переменных $g_{werr} \sim N(0,002; 0,0005)$ связано с рядом причин: неучетом человеческого капитала, неточностью измерения зарплаты и так далее.

Для оценки стандартных отклонений внешних шоков мы используем равномерное априорное распределение; для коэффициентов авторегрессии $\rho_{A^*}, \rho_{B^*} \sim B(0,6; 0,1)$; для коэффициентов авторегрессии шоков предложения нефти и материалов: $\rho_{O^*}, \rho_{R^*} \sim B(0,7; 0,04)$. Матожидания априорных распределений коэффициентов

авторегрессии для зарубежных шоков выше, чем для отечественных временных шоков потому, что при объяснении отечественных наблюдаемых рядов мы предполагаем существование перманентных шоков, а все зарубежные шоки временные. Матожидания для долей факторов в общем факторном доходе мы выбрали такими, чтобы они примерно соответствовали вкладу динамики цен на нефть и материалов в инфляцию и выпуск: $\alpha_R^* \sim B(0,03; 0,01)$, $\alpha_O^* \sim B(0,04; 0,01)$. На базе принятых в литературе значений мы определяем априорные распределения для: обратной эластичности межвременного замещения: $\sigma^* \sim N(2,0; 1,0)$; параметра внешних привычек в потреблении: $h^* \sim N(0,5; 0,2)$; параметра модели Кальво: $\theta^* \sim B(0,75; 0,1)$; реакции ставки на инфляцию: $k_\pi^* \sim N(1,5; 0,1)$; реакции ставки на разрыв выпуска: $k_y^* \sim N(0,125; 0,02)$. Константы в наблюдаемых переменных оцениваем с помощью равномерного распределения, за исключением констант для номинальных цен материалов $a_{OP_{Rn}}^*$ и нефти $a_{OP_{On}}^*$. Их значения устанавливались из технических соображений¹⁸. Темп прироста производительности g^* оценивался на базе равномерного распределения.

Все априорные распределения сведены в табл. 3 и 4.

Особенности оценки перманентных шоков

Перманентные шоки v_{xt} в модели призваны учесть произошедшие в экономике структурные сдвиги. Данные шоки создают перманентный эффект на $I(1)$ процессы z_{xt} и на реальные эндогенные переменные. В модели мы игнорируем влияние перманентных шоков на линеаризованное решение модели, найденное для траектории сбалансированного роста¹⁹.

Для всех перманентных шоков мы имеем двойника в виде $AR(1)$ процесса (временных шоков), конкурирующего с перманентным шоком за объяснение тех же данных. Для того чтобы избежать проблем идентификации, мы предполагаем, что коэффициенты $AR(1)$ процессов существенно отличаются от единицы, для чего используем априорное $B(0,5; 0,1)$ распределение для всех авторегрессионных коэффициентов временных шоков ρ_x .

Для наглядности и удобства все $I(1)$ процессы z_{xt} мы нормируем к нулю для последнего квартала до COVID-19, то есть до I квартала 2020 года. Для улучшения идентификации мы используем информативные априорные распределения при оценке стандартных отклонений перманентных шоков. Для перманентных шоков TFP, рабочей силы и реальной з/п мы используем слабое обратное гамма распределение с бесконечной дисперсией: $\sigma(v_A) \sim \Gamma^{-1}(0,01; \infty)$, $\sigma(v_N) \sim \Gamma^{-1}(0,002; \infty)$, $\sigma(v_W) \sim \Gamma^{-1}(0,02; \infty)$. Для перманентных фискальных и внешнеторговых шоков используются информативные нормальные распределения: $\sigma(v_G), \sigma(v_T) \sim N(0,02; 0,002)$, $\sigma(v_{Ex}) \sim N(0,02; 0,003)$, $\sigma(v_{IM}) \sim N(0,005; 0,002)$.

Матожидания для априорных распределений фискальных шоков подбирались таким образом, чтобы большая часть произошедшего в 2020–2025 гг. роста госрасходов и налогов (свыше детерминистического тренда) модель относилась на перманентные шоки v_G и v_T . Для

¹⁸ Чтобы минимизировать вклад начальных условий в динамику номинальных цен нефти и материалов.

¹⁹ Аналогично мы игнорируем нарастающую погрешность линеаризованных уравнений при значительном удалении от стационарной точки. По нашим оценкам, данные погрешности сопоставимы, и если мы традиционно миримся с ошибками линеаризации, то существование перманентных шоков лишь в определенной степени увеличивает данный тип ошибок, присущих практически ориентированным DSGE моделям, оцененным байесовским методом.

тех же целей мы наложили ограничения (soft tunes) на дисперсию перманентных фискальных шоков в период II квартал 2022 – IV квартал 2025 г. (удвоенное стандартное отклонение).

Матожидания для априорных распределений внешнеторговых шоков подбирались таким образом, чтобы вклад перманентных шоков v_{Ex} и v_{IM} в динамику экспорта и импорта в 2022–2025 гг. (в объяснение спада внешнеторговой активности) был около 50%²⁰.

Мы также предположили, что шоки монополистической наценки v_W , как и фискальные шоки, имели удвоенное стандартное отклонение в период II квартал 2022 – IV квартал 2025 года. Наконец, мы наложили soft tunes на дисперсию шоков TFP v_A (удвоенное стандартное отклонение) в период кризиса COVID-19 (II квартал 202 – III квартал 2020 г., а также в период II квартал 2022 – IV квартал 2025 года).

Особенности оценки общих и гетерогенных шоков

Особенностью модели является работа с информацией о гетерогенных переменных. Одна из целей работы состоит в том, чтобы понять какую ценность представляет данная информация для анализа бизнес-цикла в стране. Такая постановка цели диктует необходимость выделить действие как общих для страны шоков, так и шоков, создающих неоднородность региональных, отраслевых и агентских переменных. Например, пусть имеется N_r региональных рядов переменных x_{rt} , каждая из которых определяется региональными шоками ε_{xrt} (существуют региональные эффекты перелива), а также общим шоком ε_{xt} . Для идентификации $N_r + 1$ шоков мы будем иметь N_r независимых наблюдаемых рядов x_{rt} (агрегированный ряд является линейной комбинацией региональных рядов: $x_t = \sum_{r=1}^{N_r} \lambda_r x_{rt}$). В этом случае для идентификации $N_r + 1$ шоков мы накладываем ограничения на дисперсии(ю) данных шоков.

Мы используем следующую схему идентификации. Предположим, что каждый регион r состоит из большого количества (N_{mr}) одинаковых по размеру микрорегионов, в которых и возникают шоки, создающие региональный шок:

$$\varepsilon_{xrt} = \sum_{mr=1}^{N_{mr}} \frac{1}{N_{mr}} \varepsilon_{xmrt} \quad (1)$$

Количество микрорегионов в регионе r прямо пропорционально размеру населения в регионе, так, что для любой пары регионов $r1$ и $r2$ выполняется:

$$\frac{N_{mr1}}{N_{mr2}} = \frac{\lambda_{r1}}{\lambda_{r2}} \quad (2)$$

В каждом микрорегионе страны возникает: (а) идиосинкразический шок ε_{ximrt} с одинаковой неизвестной нам дисперсией σ_{xi}^2 ; (б) специфический для региона шок ε_{xrt} с дисперсией $\sigma_{x\epsilon}^2$:

$$\varepsilon_{xmrt} = \varepsilon_{ximrt} + \varepsilon_{xrt} \quad (3)$$

Если $\sigma_{xi}^2 = 0$, то $\varepsilon_{xrt} = \varepsilon_{xrt}$ – весь шок определяется региональной компонентой. Если же $\sigma_{x\epsilon}^2 = 0$, то равенство дисперсий во всех микрорегионах страны требует, чтобы для любой пары регионов $r1$ и $r2$ выполнялось условие на дисперсии:

$$\frac{\sigma^2(\varepsilon_{xr1})}{\sigma^2(\varepsilon_{xr2})} = \frac{1/N_{mr1} \sigma_{xi}^2}{1/N_{mr2} \sigma_{xi}^2} = \frac{N_{mr2}}{N_{mr1}} \quad (4)$$

²⁰ Эксперименты с данными средними показали, что они существенно влияют на динамику реального курса иностранной валюты (декомпозиция на шоки, прогноз), но гораздо меньше влияют на динамику инфляции и ВВП (за счет совместной оценки перманентных шоков и других элементов гибкости DSGE-моделей).

Условие (4) требует, чтобы дисперсия регионального шока была тем больше, чем меньше сам регион (то есть меньше микрорегионов N_{mr} содержит). Это является результатом того, что в больших регионах много малых идиосинкразических шоков, что обеспечивает низкую дисперсию их суммы. С точки зрения вклада в агрегированную сумму, чем больше регион, тем пропорционально выше будет вклад идиосинкразических шоков ε_{ximrt} данного региона r в дисперсию агрегированной переменной x_t .

Рассмотрим общий случай: $\sigma_{xi}^2 > 0$ и $\sigma_{x\epsilon}^2 > 0$. Сделав еще одно предположение, что дисперсии специфических для региона шоков $\sigma_{x\epsilon}^2$ одинаковы для всех регионов, можно получить соотношение дисперсий региональных шоков:

$$\frac{\sigma^2(\varepsilon_{xr1})}{\sigma^2(\varepsilon_{xr2})} = \frac{1/N_{mr1} \sigma_{xi}^2 + \sigma_{x\epsilon}^2}{1/N_{mr2} \sigma_{xi}^2 + \sigma_{x\epsilon}^2} \quad (5)$$

Если $N_{mr1} = \lambda_r N_{mr}$, где N_{mr} – общее количество микрорегионов в стране, то:

$$\frac{\sigma^2(\varepsilon_{xr1})}{\sigma^2(\varepsilon_{xr2})} = \frac{1/\lambda_{r1} + \frac{\sigma_{x\epsilon}^2}{\sigma_{xi}^2} N_{mr}}{1/\lambda_{r2} + \frac{\sigma_{x\epsilon}^2}{\sigma_{xi}^2} N_{mr}} \quad (6)$$

Обозначим соотношение дисперсий специфических для региона и идиосинкразических шоков как $\frac{\sigma_{x\epsilon}^2}{\sigma_{xi}^2} N_{mr} \equiv \zeta r$ и выразим отношение стандартных отклонений шоков:

$$\frac{\sigma(\varepsilon_{xr1})}{\sigma(\varepsilon_{xr2})} = \sqrt{\frac{\frac{1}{\lambda_{r1}} + \zeta r}{\frac{1}{\lambda_{r2}} + \zeta r}} \quad (7)$$

Условие (7) – это ограничение на дисперсии региональных шоков. Дисперсия регионального шока тем выше, чем ниже доля региона в стране (за счет высокой дисперсии идиосинкразических шоков). Данная зависимость ослабляется, если растет вклад специфических для региона шоков $\sigma_{x\epsilon}^2$ в общую дисперсию региональных шоков. В пределе:

$$\lim_{\zeta r \rightarrow \infty} \frac{\sigma(\varepsilon_{xr1})}{\sigma(\varepsilon_{xr2})} = 1 \quad (8)$$

Для упрощения идентификации мы предполагаем, что соотношение специфических для региона и идиосинкразических шоков ζr одинаковое для всех типов региональных шоков.

Аналогичную схему применим для совместной идентификации общих и агентских шоков. Если $x_t = \sum_{j=1}^{N_j} \lambda_j x_{jt}$ (где λ_j – доля д/х группы j), каждая группа состоит из N_{mj} микрогрупп, а шок для каждой микрогруппы ε_{xmjt} состоит из идиосинкразической ε_{ximjt} и специфической для группы j ε_{xjt} компонент:

$$\varepsilon_{xjt} = \sum_{mj=1}^{N_{mj}} \frac{1}{N_{mj}} \varepsilon_{xmjt}, \quad (9)$$

$$\varepsilon_{xmjt} = \varepsilon_{ximjt} + \varepsilon_{xjt}, \quad (10)$$

то аналогично, обозначив отношение дисперсий $\frac{\sigma_{x\epsilon}^2}{\sigma_{xi}^2} N_{mj} \equiv \zeta j$, получим искомое ограничение на дисперсии:

$$\frac{\sigma(\varepsilon_{xj1})}{\sigma(\varepsilon_{xj2})} = \sqrt{\frac{\frac{1}{\lambda_{j1}} + \zeta j}{\frac{1}{\lambda_{j2}} + \zeta j}}, \quad (11)$$

Предложенная схема подходит и для совместной идентификации общих и отраслевых шоков, но в текущем варианте оценки не применяется, так как в качестве наблюдаемых отраслевых переменных мы используем ограниченный набор отраслевой информации и упрощенно предполагаем, что отраслевая динамика определяется соответствующими шоками рассматриваемой отрасли. В этом случае проблема совместной идентификации общих и отраслевых шоков не возникает, и оценка производится с помощью равномерного априорного распределения стандартных отклонений отраслевых шоков.

Технически, например, для шока межвременных предпочтений мы предполагаем, что для региона $r1$ стандартное отклонение шока межвременных предпочтений составляет

$$\sigma(\varepsilon_{\beta r1}) = \sigma(\varepsilon_{r\beta}) \sqrt{\frac{1}{\lambda_{r1}} + \zeta r}, \text{ где } \sigma(\varepsilon_{r\beta}) - \text{одинаковая для всех регионов величина,}$$

оцениваемая на данных и характеризующая дисперсию региональных шоков предпочтений (общая часть в табл. 4). Параметры ζr и ζj также оцениваются на данных с априорным распределением $\zeta r, \zeta j \sim \Gamma^{-1}(1, 0; \infty)$. Формула оценки аналогична для остальных региональных, а также для агентских шоков.

Результаты оценки

Сначала мы оценим параметры модели внешнего сектора, независимо от оценки остальных параметров модели²¹. Результат оценки модели внешнего сектора на интервале I квартал 2010 – II квартал 2025 г. приведены в табл. 3.

Оценки долей нефти и материалов в факторных зарубежных доходах составили: $\alpha_o^* = 0,0224$ и $\alpha_R^* = 0,0248$, что ниже средней доли нефти и других биржевых товаров в мировом внешнеторговом обороте (15–20%). Эластичность межвременного замещения оценена выше, чем ее априорные оценки: $\frac{1}{\sigma^*} = \frac{1}{0,973} = 1,028 > \frac{1}{2}$. Параметр внешних привычек в потреблении ниже, чем его априорное матожидание: $h^* = 0,292 < 0,5$. Параметр Кальво оказался достаточно большим $\theta^* = 0,808$, что обычно получается, если модель достаточно проста и не содержит различные механизмы, увеличивающие реальную жесткость цен. Параметры в правиле Тейлора для зарубежной ставки: $k_{\pi^*} = 1,4$ и $k_{y^*} = 0,128$ хорошо соотносятся с оценками других авторов, несмотря на то что для идентификации используется ряд выпуска стран G20. Оценка темпа прироста TFP за рубежом составила $g^* = 0,0055$. С учетом оцененных параметров, а также зафиксированных при оценке $n^* = 0,002$ и $\kappa^* = 1$, долгосрочный темп прироста выпуска составит: $g_Y^* = \frac{g^*}{\alpha_L^*} \left(1 + \frac{1-\sigma^*}{\sigma^* + \kappa^*}\right) + n^* = 0,00789$, что соответствует 3,15% в год.

²¹ Альтернативным вариантом является оценка параметров модели внешнего сектора вместе с остальными параметрами, на одном и том же историческом диапазоне. Обоснованием для такой оценки является тот факт, что оцененная таким образом модель могла бы лучше соответствовать той части мировой экономики, которая взаимодействует с экономикой России.

Табл. 3. Результат байесовской оценки параметров для внешнего сектора модели

Обозн	Параметр	Априорное распределение			Апостериорное распределение	
		Тип	Среднее	Ст откл	Мода	Ст откл
$\sigma(\varepsilon_A^*)$	Стандартное отклонение зарубежных шоков производительности	U	—	—	0,0171	0,0028
$\sigma(\varepsilon_O^*)$	Стандартное отклонение шоков предложения нефти	U	—	—	0,1523	0,0149
$\sigma(\varepsilon_R^*)$	Стандартное отклонение шоков предложения материалов	U	—	—	0,0552	0,0056
$\sigma(\varepsilon_i^*)$	Стандартное отклонение зарубежных шоков ставки	U	—	—	0,0016	0,0002
$\sigma(\varepsilon_\beta^*)$	Стандартное отклонение зарубежных шоков межвременных предпочтений	U	—	—	0,0220	0,0055
ρ_A^*	Коэффициент авторегрессии зарубежных шоков производительности	B	0,6	0,1	0,7679	0,0614
ρ_O^*	Коэффициент авторегрессии шоков предложения нефти	B	0,7	0,04	0,7732	0,0290
ρ_R^*	Коэффициент авторегрессии шоков предложения материалов	B	0,7	0,04	0,7795	0,0295
ρ_β^*	Коэффициент авторегрессии зарубежных шоков межвременных предпочтений	B	0,6	0,1	0,5523	0,0933
α_R^*	Доля материалов в общем факторном доходе за рубежом	B	0,03	0,01	0,0248	0,0082
α_O^*	Доля нефти в общем факторном доходе за рубежом	B	0,04	0,01	0,0224	0,0059
σ^*	Величина обратная эластичности межвременного замещения за рубежом	N	2	1	0,9728	0,3011
θ^*	Параметр модели Кальво за рубежом	B	0,75	0,1	0,8082	0,0207
h^*	Параметр привычек в потреблении за рубежом	B	0,5	0,2	0,2919	0,1363
k_π^*	Коэффициент реакции зарубежной ставки на инфляцию за рубежом	N	1,5	0,1	1,3995	0,1012
k_y^*	Коэффициент реакции зарубежной ставки на разрыв выпуска за рубежом	N	0,125	0,02	0,1283	0,0197
a_{0Y^*}	Константа в наблюдаемой переменной Y_{obs}^*	U	—	—	-5,7231	0,0115
a_{0i^*}	Константа в наблюдаемой переменной i_{obs}^*	U	—	—	-0,0015	0,0016
$a_{0\pi^*}$	Константа в наблюдаемой переменной π_{obs}^*	U	—	—	0,0048	0,0015
$a_{0P_{Rn}^*}$	Константа в наблюдаемой переменной P_{Rnobs}^*	N	0,16	0,02	0,1531	0,0196
$a_{0P_{On}^*}$	Константа в наблюдаемой переменной P_{Onobs}^*	N	4,05	0,02	4,0569	0,0196
g^*	Темп прироста производительности за рубежом	U			0,0055	0,0009

Источник: расчеты авторов.

Результаты оценки полной модели на интервале I квартал 2014 – IV квартал 2025 г. приведены в табл. 4.

Табл. 4. Результат байесовской оценки параметров модели

Обозн	Параметр	Априорное распределение			Апостериорное распределение	
		Тип	Среднее	Ст откл	Мода	Ст откл
$\sigma(\varepsilon_{ExO})$	Стандартное отклонение шока спроса на экспорт отечественной нефти	U	—	—	0,0502	0,0056
$\sigma(\varepsilon_{dN})$	Стандартное отклонение шока предпочтений потребления неторгуемых благ	U	—	—	0,0280	0,0032
$\sigma(\varepsilon_{\mu_N})$	Стандартное отклонение шока монополистической наценки в отрасли N	U	—	—	0,0939	0,0312
$\sigma(\varepsilon_{\beta})$	Стандартное отклонение шока межвременных предпочтений	U	—	—	0,2006	0,0450
$\sigma(\varepsilon_{\mu})$	Стандартное отклонение шока монополистической наценки	U	—	—	0,0593	0,0107
$\sigma(\varepsilon_{ik})$	Стандартное отклонение шока ДКП	U	—	—	0,0062	0,0008
$\sigma(\varepsilon_W)$	Стандартное отклонение шока монополистической наценки в заработной плате	U	—	—	0,0886	0,0159
$\sigma(\varepsilon_{rp})$	Стандартное отклонение шока ставки зарубежных заимствований/вложений средств	U	—	—	0,0294	0,0063
$\sigma(\varepsilon_I)$	Стандартное отклонение шока эффективности инвестиций	U	—	—	0,0408	0,0059
$\sigma(\varepsilon_G)$	Стандартное отклонение шока госрасходов	U	—	—	0,0256	0,0039
$\sigma(\varepsilon_T)$	Стандартное отклонение шока аккордных налогов	U	—	—	0,0092	0,0037
$\sigma(\varepsilon_{Ex})$	Стандартное отклонение шока спроса на весь отечественный экспорт	U	—	—	0,0552	0,0072
$\sigma(\varepsilon_{IM})$	Стандартное отклонение шока предпочтений импорта	U	—	—	0,0712	0,0082
$\sigma(\varepsilon_i)$	Стандартное отклонение шока ставки заимствования/вложения средств д/х	N	0,002	0,004	0,0041	0,0004
$\sigma(\varepsilon_L)$	Стандартное отклонение шока доли труда в производственной функции	Γ^{-1}	0,002	∞	0,0006	0,0001
$\sigma(\varepsilon_A)$	Стандартное отклонение шока TFP	Γ^{-1}	0,005	∞	0,0020	0,0007
$\sigma(\varepsilon_N)$	Стандартное отклонение шока рабочей силы	Γ^{-1}	0,005	∞	0,0019	0,0002

$\sigma(v_A)$	Стандартное отклонение перманентного шока TFP	Γ^{-1}	0,01	∞	0,0077	0,0011
$\sigma(v_G)$	Стандартное отклонение перманентного шока госрасходов	N	0,02	0,002	0,0140	0,0024
$\sigma(v_T)$	Стандартное отклонение перманентного шока аккордных налогов	N	0,02	0,002	0,0152	0,0021
$\sigma(v_{Ex})$	Стандартное отклонение перманентного шока спроса на весь отечественный экспорт	N	0,02	0,003	0,0190	0,0030
$\sigma(v_{IM})$	Стандартное отклонение перманентного шока импорта	N	0,005	0,002	0,0065	0,0023
$\sigma(v_N)$	Стандартное отклонение перманентного шока рабочей силы	Γ^{-1}	0,002	∞	0,0024	0,0005
$\sigma(v_W)$	Стандартное отклонение перманентного шока монополистической наценки в заработной плате	Γ^{-1}	0,02	∞	0,0106	0,0055
$\sigma(\varepsilon_{A^*})$	Стандартное отклонение зарубежных шоков производительности	U	—	—	0,0177	0,0019
$\sigma(\varepsilon_{O^*})$	Стандартное отклонение шоков предложения нефти	U	—	—	0,1437	0,0151
$\sigma(\varepsilon_{R^*})$	Стандартное отклонение шоков предложения материалов (ресурсов)	U	—	—	0,0513	0,0054
$\sigma(\varepsilon_{i^*})$	Стандартное отклонение зарубежных шоков ставки	U	—	—	0,0019	0,0002
$\sigma(\varepsilon_{\beta^*})$	Стандартное отклонение зарубежных шоков межвременных предпочтений	U	—	—	0,0259	0,0027
$\sigma(me_{Lt})$	Стандартное отклонение ошибки измерения предложения труда	Γ^{-1}	0,005	∞	0,0022	0,0008
$\sigma(\varepsilon_{r\beta})$	Стандартное отклонение региональных шоков межвременных предпочтений (общая часть)	U	—	—	0,0514	0,0106
$\sigma(\varepsilon_{r\mu})$	Стандартное отклонение региональных шоков монополистической наценки (общая часть)	U	—	—	0,0037	0,0006
$\sigma(\varepsilon_{rW})$	Стандартное отклонение региональных шоков монополистической наценки в заработной плате (общая часть)	U	—	—	0,0231	0,0034
$\sigma(\varepsilon_{rG})$	Стандартное отклонение региональных шоков госрасходов (общая часть)	U	—	—	0,0028	0,0004
$\sigma(\varepsilon_{ri})$	Стандартное отклонение региональных шоков ставки заимствования/вложения средств д/х (общая часть)	N	0,0002 45	0,0001	0,0002	6,6e-08

$\rho_{\beta VV}$	Коэффициент авторегрессии шоков межвременных предпочтений в ВВМР	B	0,5	0,1	0,6057	0,0848
$\rho_{\mu VV}$	Коэффициент авторегрессии шоков монополистической наценки в ВВМР	B	0,5	0,1	0,4101	0,0845
ρ_{WVV}	Коэффициент авторегрессии шоков монополистической наценки в зарплате в ВВМР	B	0,5	0,1	0,3950	0,0895
ρ_{iVV}	Коэффициент авторегрессии шоков ставки заимствования/вложения средств д/х в ВВМР	B	0,5	0,1	0,5101	0,0155
ρ_{GVV}	Коэффициент авторегрессии шоков госрасходов в ВВМР	B	0,5	0,1	0,6928	0,0638
$\rho_{\beta RU}$	Коэффициент авторегрессии шоков межвременных предпочтений в остальных регионах России	B	0,5	0,1	0,4750	0,1007
$\rho_{\mu RU}$	Коэффициент авторегрессии шоков монополистической наценки в остальных регионах России	B	0,5	0,1	0,4472	0,0766
ρ_{WRU}	Коэффициент авторегрессии шоков монополистической наценки в зарплате в остальных регионах России	B	0,5	0,1	0,4526	0,0841
ρ_{iRU}	Коэффициент авторегрессии шоков ставки заимствования/вложения средств д/х в остальных регионах России	B	0,5	0,1	0,5120	0,0165
ρ_{GRU}	Коэффициент авторегрессии шоков госрасходов в остальных регионах России	B	0,5	0,1	0,6310	0,1027
Ω	Параметр регионального смещения в потреблении	B	0,7	0,05	0,7078	0,0497
Ω_L	Параметр регионального смещения на рынке труда	B	0,7	0,05	0,7318	0,0465
δ_R	Эластичность замещения между отечественными торгуемыми благами разных регионов	N	1,5	0,1	1,4949	0,0990
δ_{LR}	Эластичность замещения между трудом одной группы д/х из разных регионов	N	0,8	0,1	0,8178	0,0991
θ_{VV}	Коэффициент для определения параметров Кальво в ВВМР: $\theta_{VVm_K} = \theta\theta_{VV}\theta_{m_K}$, $\theta_{Rrj} = \theta_R\theta_r$ и $\theta_{WVVj} = \theta_W\theta_{VV}\theta_j$	N	1	0,05	1,0042	0,0061
$a_{0Y_{VV}}$	Константа в наблюдаемой переменной Y_{VVobs}	U	—	—	2,4167	0,0415
$a_{0w_{VV}}$	Константа в наблюдаемой переменной w_{VVobs}	U	—	—	-4,8979	0,0750
$a_{0G_{VV}}$	Константа в наблюдаемой переменной G_{VVobs}	U	—	—	-3,9563	0,0556
$a_{0i_{VV}}$	Константа в наблюдаемой переменной i_{VVobs}	U	—	—	0,0209	0,0014
a_{0C_h}	Константа в наблюдаемой переменной C_{obsh}	U	—	—	4,4621	0,0736

a_{0Y_N}	Константа в наблюдаемой переменной Y_{Nobs}	U	—	—	5,8241	0,0797
a_{0Y_O}	Константа в наблюдаемой переменной Y_{Oobs}	U	—	—	4,4880	0,0686
$\sigma(\varepsilon_{j\beta})$	Стандартное отклонение шоков межвременных предпочтений групп д/х	Γ^{-1}	0,005	∞	0,0023	0,0009
$\sigma(\varepsilon_{jT})$	Стандартное отклонение шоков аккордных налогов групп д/х	Γ^{-1}	0,005	∞	0,0401	0,0040
θ_h	Коэффициент для определения параметров Кальво для группы д/х h $\theta_{wrh} = \theta_w \theta_r \theta_h$	N	1	0,05	1,0608	0,0321
ρ_{ExO}	Коэффициент авторегрессии шоков экспорта нефти	B	0,5	0,1	0,7406	0,0524
ρ_{dN}	Коэффициент авторегрессии шоков предпочтений потребления неторгуемых благ	B	0,5	0,1	0,6809	0,0551
$\rho_{\mu N}$	Коэффициент авторегрессии шоков монополистической наценки неторгуемых благ	B	0,5	0,1	0,4947	0,1244
θ_N	Коэффициент для определения параметра Кальво в отрасли неторгуемых благ: $\theta_{rN} = \theta \theta_r \theta_N$	N	1,05	0,05	1,2052	0,0369
ρ_β	Коэффициент авторегрессии шоков межвременных предпочтений	B	0,5	0,1	0,4674	0,0907
ρ_μ	Коэффициент авторегрессии шоков монополистической наценки	B	0,85	0,02	0,8095	0,0234
ρ_W	Коэффициент авторегрессии шоков монополистической наценки в зарплате	B	0,5	0,1	0,4818	0,0855
ρ_{rp}	Коэффициент авторегрессии шоков ставки зарубежных заимствований/вложений средств	B	0,5	0,1	0,5441	0,0941
ρ_I	Коэффициент авторегрессии шоков эффективности инвестиций	B	0,5	0,1	0,8377	0,0439
ρ_G	Коэффициент авторегрессии шоков госрасходов	B	0,8	0,03	0,8234	0,0329
ρ_T	Коэффициент авторегрессии шоков налогов	B	0,8	0,03	0,7793	0,0323
ρ_{Ex}	Коэффициент авторегрессии шоков спроса на весь отечественный экспорт а	B	0,5	0,1	0,7406	0,0561
ρ_{IM}	Коэффициент авторегрессии шоков предпочтений импорта	B	0,5	0,1	0,6883	0,0532
ρ_i	Коэффициент авторегрессии шоков ставки заимствования/вложения средств д/х	B	0,5	0,1	0,5016	0,0080
ρ_N	Коэффициент авторегрессии шоков рабочей силы	B	0,5	0,1	0,5808	0,0976
ρ_L	Коэффициент авторегрессии шоков доли труда в производственной функции	B	0,5	0,1	0,4970	0,0110
ρ_A	Коэффициент авторегрессии шоков TFP	B	0,5	0,1	0,4986	0,0171
θ	Коэффициент для определения параметров Кальво $\theta_{rmk} = \theta \theta_r \theta_{mk}$ и	B	0,8	0,02	0,7627	0,0261
θ_W	Коэффициент для определения параметров Кальво $\theta_{wrj} = \theta_w \theta_r \theta_j$ и	B	0,8	0,03	0,7859	0,0192

θ_R	Коэффициент для определения параметров Кальво в секторе производства дифференцированных материалов $\theta_{Rrj} = \theta_R \theta_r$	B	0,8	0,03	0,7907	0,0310
χ	Степени индексации цен благ на предыдущую инфляцию	B	0,5	0,1	0,1093	0,0323
χ_W	Степени индексации заработной платы на предыдущую инфляцию	B	0,5	0,1	0,2685	0,0767
χ_R	Степени индексации цены материалов на предыдущую инфляцию	B	0,5	0,1	0,5021	0,1063
h	Параметр внешних привычек в потреблении	B	0,4	0,1	0,5081	0,0774
ψ_{B^*}	Параметр функции издержек, связанный с отклонением текущего уровня зарубежных долгов от стационарного уровня	N	0,08	0,01	0,0757	0,0100
σ	Параметр, обратный эластичности межвременного замещения потребления	N	2	0,35	1,2758	0,0213
κ	Параметр, обратный эластичности предложения труда по Фришу	N	1	0,2	1,0833	0,1915
δ^*	Эластичность спроса на отечественный экспорт по цене	N	0,8	0,1	0,8335	0,0971
δ_C	Эластичность замещения между различными видами благ	N	0,8	0,1	0,8846	0,0962
ϕ_I	Параметр функции издержек подстройки инвестиций	N	1	0,1	1,0615	0,0941
k_{SF}	Параметр, характеризующий степень стабилизации динамики зарубежных цен на нефть для внутреннего рынка	N	0,5	0,05	0,5287	0,0345
k_{XO}	Эластичность спроса на отечественную нефть по объему зарубежного выпуска	N	0,5	0,05	0,5004	0,0499
k_π	Коэффициент реакции [приведенной к году] ключевой ставки на ожидаемую годовую инфляцию в правиле Тейлора	N	2	0,1	1,7384	0,0947
ψ_G	Эластичность аккордных налогов по уровню реального госдолга	N	0,1	0,02	0,0972	0,0203
ξ_O	Полуэластичность внешней премии к реальной цене на нефть	N	0,003	0,001	0,0030	0,0010
a_{0Y}	Константа в наблюдаемой переменной Y_{obs}	U	—	—	4,9351	0,0413
a_{0I}	Константа в наблюдаемой переменной I_{obs}	U	—	—	5,2568	0,0384
a_{0G}	Константа в наблюдаемой переменной G_{obs}	U	—	—	-4,1817	0,0556
a_{0N}	Константа в наблюдаемой переменной N_{obs}	U	—	—	11,233	0,0074
a_{0L}	Константа в наблюдаемой переменной L_{obs}	U	—	—	4,0920	0,0670
a_{0W}	Константа в наблюдаемой переменной w_{obs}	U	—	—	-5,1104	0,0710
a_{0NEx}	Константа в наблюдаемой переменной NEx_{obs}	U	—	—	7,5468	0,0690
a_{0NIm}	Константа в наблюдаемой переменной NIm_{obs}	U	—	—	0,1210	0,0391
a_{0i}	Константа в наблюдаемой переменной i_{obs}	U	—	—	0,0206	0,0013
a_{0S}	Константа в наблюдаемой переменной S_{obs}	U	—	—	3,6766	0,1478
g	Долгосрочный темп прироста TFP	N	0,003	0,0005	0,0026	0,0004
n	Долгосрочный темп прироста рабочей силы	N	0	0,001	-0,0001	0,0002
g_{werr}	Невязка в формуле долгосрочного темпа роста реальной заработной платы	N	0,002	0,0005	0,0021	0,0005

ζr	Соотношение дисперсий специфических для региона и идиосинкразических шоков	Γ^{-1}	1	∞	0,5294	0,1022
ζj	Соотношение дисперсий специфических для группы д/х и идиосинкразических шоков	Γ^{-1}	1	∞	0,5190	0,2488

Источник: расчеты авторов.

Для всех 110 оцениваемых на втором этапе параметров был найден максимум апостериорной функции. Для многих параметров априорное и апостериорное распределения оказались очень схожими. Это свидетельствует о проблемах идентификации данных параметров, несмотря на которые, мы оцениваем данные параметры байесовским методом, стараясь найти баланс между скоростью сходимости к модам и опорой на имеющиеся данные. Обсудим наиболее принципиальные результаты оценки.

Оценка величины обратной эластичности межвременного замещения: $\sigma = 1,28$. Данный параметр, кроме традиционного влияния на реальную жесткость в модели и персистентность откликов переменных на шоки, оказывает влияние на долгосрочный уровень ставок и долгосрочный темп роста практически всех реальных переменных. Так как тренд наблюдаемых реальных переменных оценивается вместе с остальными структурными параметрами, это означает, что σ оценивается на более широком спектре данных, чем в традиционном случае отфильтрованных рядов. При $\sigma > 1$ влияние темпа прироста TFP на долгосрочную реальную ставку: $\frac{\partial \bar{r}}{\partial g} \cong \sigma > 1$. Темп прироста занятости на одного работника отрицательный: $g_L = \frac{g}{\alpha_L} \frac{1-\sigma}{\sigma+\kappa} < 0$ и отрицательно зависит от темпа прироста TFP g : $\frac{\partial g_L}{\partial g} = \frac{1}{\alpha_L} \frac{1-\sigma}{\sigma+\kappa} < 0$. Это вносит отрицательный вклад в оценку долгосрочного [детерминистического] темпа роста ВВП: в годовом измерении $g_L = g \frac{1-\sigma}{\sigma+\kappa} \cdot 4 \cdot 100\% = -0,12\%$.

Оценки параметров ценообразования по Кальво оказались ниже, чем их априорное матожидание (0,8): $\theta = 0,763$, $\theta_W = 0,786$, $\theta_R = 0,791$. При этом все факторы параметров Кальво оказались не ниже единицы: $\theta_{VV} = 1,00$, $\theta_h = 1,061$, $\theta_N = 1,205$. Мода для апостериорного распределения θ_N оказалась даже выше априорного матожидания данного параметра (1,05). Это означает, что параметра Кальво для отрасли неторгуемых благ оказывается выше, чем для торгуемых: $\theta\theta_N = 0,763 \cdot 1,205 = 0,919 > \theta\theta_H = \theta\theta_F = 0,763 \cdot 1$. Также ниже, чем их априорное матожидание (0,5) были оценены степени индексации на инфляцию предыдущего квартала $\chi = 0,109$, $\chi_W = 0,268$, $\chi_R = 0,502$. Низкие параметры Кальво и индексации означают более быструю, чем априорно предполагалось подстройку цен под изменение предельных издержек, что при прочих равных ведет к более высокому переносу валютного курса в цены и большую силу ДКП (см. ниже). Это также означает, что использованные для этих параметров априорные распределения являются ограничивающими [снизу] с точки зрения оценки скорости переноса предельных издержек в цены.

Мы оценили темп прироста TFP: $g = 0,0026$, а оценку темпов прироста рабочей силы $n = -0,0001$. Это позволило рассчитать долгосрочный темп прироста выпуска: $g_Y = \frac{g}{\alpha_L} \left(1 + \frac{1-\sigma}{\sigma+\kappa}\right) + n = 0,003366$, что в годовом выражении соответствует 1,35%. Оценка невязки темпа роста заработной платы оказалась $g_{werr} = 0,00215$, что соответствует темпу

прироста реальной зарплаты в наблюдаемых данных $g_w = \frac{g}{\alpha_L} + g_{werr} = 0,00612$, или 2,49% в годовом выражении. При этом согласно теоретической модели темп прироста реальной зарплаты должен был бы составить $g_w = \frac{g}{\alpha_L} = 0,00397$, или 1,59% в годовом выражении²².

Проверки адекватности модели

Мы сделаем четыре типа проверок адекватности модели:

1. Основные эластичности модели;
2. Функции импульсных откликов;
3. Декомпозиция переменных на шоки;
4. Оценка качества прогнозирования.

Основные эластичности модели

Рассчитаем основные эластичности, полуэластичности и чувствительности переменных модели при возникновении различных структурных шоков бизнес-цикла. Сведем их в табл. 5.

Силу ДКП мы измеряем в терминах реакции инфляции на изменение ставки. На каждый процентный пункт изменения ключевой ставки, вызванного шоком ДКП ε_{ikt} , ожидаемая в ближайший год инфляция снижается на 0,15 п.п. с максимальным эффектом в момент шока (снижение секвенциональной инфляции на 0,225 п.п.). Мгновенный отклик выпуска на шок ставки можно вычислить, перемножив силу ДКП на соответствующий показатель реальной жесткости: 1 п.п. изменения ключевой ставки приведет к снижению выпуска в момент шока на $-0,225 \cdot 0,76 = -0,17\%$. Заметим, что сила ДКП в зарубежной экономике оценена выше: рост зарубежной ставки на 1 п.п. за счет шока ДКП за рубежом ε_{i^*t} приводит к снижению ожидаемой в ближайший год инфляции на 0,6 процентного пункта.

Одной из важнейших характеристик модели является перенос курса в цены. Мы измеряем данный перенос с помощью реакции цен на мгновенный скачок курса, вызванный шоком внешней премии ε_{rpt} . Скачок курса иностранной валюты на 1% приводит к увеличению ожидаемой в ближайший год инфляции на 0,15%. Заметим, что мы измеряем реакцию цен на мгновенный скачок курса, предполагая, что в долгосрочном периоде весь рост курса переносится в цены: перенос 100%. При этом при анализе долгосрочного равновесия уместнее обсуждать «перенос цен в курс»: в долгосрочном периоде курс иностранной валюты изменяется на столько же процентов, на сколько вырос долгосрочный уровень цен в ответ на те или иные шоки (при условии, что данные шоки не изменили уровень зарубежных цен).

Низкие значения силы ДКП и переноса курса в цены (например, в сравнении с зарубежной экономикой) были получены за счет задания соответствующих ограничивающих априорных распределений на параметры номинальной жесткости цен. Исторически, измерение силы ДКП дает чуть более высокую реакцию инфляции на инструмент ДКП (например, Напалков и др., 2021) данный показатель составил около -0,7). Производя параметризацию модели, мы учли последние тенденции к уменьшению силы

²² В работе мы относим эту невязку на счет неучтенных в модели факторов, методологию и ошибку измерения.

ДКП за счет целого спектра факторов, начиная с увеличения заякоренности ожиданий после внедрения ИТ, заканчивая снижением эффективности трансмиссионного механизма ДКП в условиях фискального стимулирования экономики. Оцененный в модели перенос около 15% скачков курса в цены несколько выше подтвержденного эмпирикой 10%-ного переноса (см. Андреев, 2019, Елисеев и др., 2023).

Важным показателем взаимодействия отечественной экономики с внешним миром является эластичность курса иностранной валюты к мировой цене на нефть. Рост цены на нефть на 1% приводит к укреплению рубля на 0,18%. Этот показатель оказался ниже, чем в большинстве работ, где он оценивается на данных, включающих период до перехода в режим инфляционного таргетирования (например, в работе Polbin et al. (2019) он оценен на уровне 0,26, а в работе Полбин (2017) на уровне 0,33). Однако эластичность курса рубля по цене на нефть оказывается выше, чем для периода 2015–2022 гг. (около 0,1), что отражает введение значительных ограничений на трансграничные перетоки капитала в 2022 г., а также модификацию бюджетного правила. Это увеличило зависимости экономики России от колебаний цены на нефть.

Значительное внимание в модели уделено реакции инфляции на шоки рынка труда. Модель предсказывает существенный перенос роста реальной зарплаты в цены. Например, рост реальной зарплаты на 1% за счет шоков рынка труда приводит к увеличению ожидаемой в ближайший год инфляции на 0,51 п.п., если произошел шок монополистической наценки на з/п ε_{Wt} , на 0,68 п.п., если произошел шок рабочей силы ε_{Nt} , и на 3,75 п.п., если произошел шок спроса на труд ε_{Lt} . Такие существенные значения переноса реальной зарплаты в цены говорят о необходимости качественной идентификации тренда и источников бизнес-цикла на рынке труда.

Табл. 5. Основные свойства модели

Группа	[Полу]эластичность/ чувствительность	Реакция	На что	Шок	Значение
Сила ДКП	Чувствительность текущей инфляции к ключевой ставке при шоке ДКП	P_t	i_{kt}	ε_{ikt}	-0,225
	Чувствительность годовой инфляции к ключевой ставке при шоке ДКП	$P_{t+3/4}$	i_{kt}	ε_{ikt}	-0,149
Перенос курса в цены	Эластичность текущих цен к валютному курсу при шоке внешней премии	$4P_t$	S_t	ε_{rpt}	0,222
	Полуэластичность годовой инфляции к валютному курсу при шоке внешней премии	P_{t+3}	S_t	ε_{rpt}	0,154
Реальная жесткость цен (на основе текущих цен)	Эластичность выпуска к изменению текущих цен при шоке межвременных предпочтений	Y_t	$4P_t$	$\varepsilon_{\beta t}$	1,166
	Эластичность выпуска к изменению текущих цен при шоке эффективности инвестиций	Y_t	$4P_t$	ε_{It}	1,436
	Эластичность выпуска к изменению текущих цен при шоке госрасходов	Y_t	$4P_t$	ε_{Gt}	1,665
	Эластичность выпуска к изменению текущих цен при шоке налогов	Y_t	$4P_t$	ε_{Tt}	1,334
	Эластичность выпуска к изменению текущих цен при шоке ДКП	Y_t	$4P_t$	ε_{ikt}	0,759

	Эластичность выпуска к изменению текущих цен при шоке ставки заимствования/вложения средств д/х	Y_t	$4P_t$	ε_{it}	-6,404
Реальная жесткость цен (на основе годовой инфляции)	Эластичность выпуска к годовой инфляции при шоке межвременных предпочтений	Y_t	P_{t+3}	$\varepsilon_{\beta t}$	1,479
	Эластичность выпуска к годовой инфляции при шоке эффективности инвестиций	Y_t	P_{t+3}	ε_{It}	1,710
	Эластичность выпуска к годовой инфляции при шоке госрасходов	Y_t	P_{t+3}	ε_{Gt}	1,953
	Эластичность выпуска к годовой инфляции при шоке налогов	Y_t	P_{t+3}	ε_{Tt}	1,553
	Эластичность выпуска к годовой инфляции при шоке ДКП	Y_t	P_{t+3}	ε_{ikt}	1,147
	Эластичность выпуска к годовой инфляции при шоке ставки заимствования/вложения средств д/х	Y_t	P_{t+3}	ε_{it}	-5,126
Шоки платежного баланса	Эластичность текущего уровня цен к изменению номинального торгового баланса при шоке экспорта	$4P_t$	NTB_t	ε_{Ext}	-0,095
	Эластичность текущего уровня цен к изменению номинального торгового баланса при шоке импорта	$4P_t$	NTB_t	ε_{Imt}	-0,043
	Полуэластичность годовой инфляции к изменению номинального торгового баланса при шоке экспорта	P_{t+3}	NTB_t	ε_{Ext}	-0,088
	Полуэластичность годовой инфляции к изменению номинального торгового баланса при шоке импорта	P_{t+3}	NTB_t	ε_{Imt}	-0,053
	Эластичность долгосрочного уровня отечественных цен по долгосрочному уровню зарубежных цен при зарубежном шоке межвременных предпочтений	$P_{t+\infty}$	$P_{t+\infty}^*$	ε_{β^*t}	1,319
	Эластичность долгосрочного уровня отечественных цен по долгосрочному уровню зарубежных цен при шоке TFP за рубежом	$P_{t+\infty}$	$P_{t+\infty}^*$	ε_{A^*t}	0,759
	Чувствительность отечественной ставки к иностранной ставке при шоке ДКП за рубежом	i_{kt}	i_t^*	ε_{i^*t}	0,388
	Эластичность отечественного выпуска по иностранному выпуску при шоке предложения материалов	Y_t	Y_t^*	ε_{R^*t}	0,375
	Эластичность отечественного выпуска по иностранному выпуску при шоке TFP за рубежом	Y_t	Y_t^*	ε_{A^*t}	0,167
	Эластичность отечественного выпуска по иностранному выпуску при зарубежном шоке межвременных предпочтений	Y_t	Y_t^*	ε_{β^*t}	0,241
Изменение мировых	Эластичность курса иностранной валюты по цене на нефть при шоке мирового предложения нефти	S_t	P_{Ot}^*	ε_{O^*t}	-0,178

цен на нефть	Эластичность отечественного выпуска по цене на нефть при шоке мирового предложения нефти	Y_t	P_{Ot}^*	ε_{O^*t}	0,011
	Полуэластичность годовой инфляции по цене на нефть при шоке мирового предложения нефти	P_{t+3}	P_{Ot}^*	ε_{O^*t}	-0,044
Свойства зарубежной экономики	Эластичность зарубежных цен по зарубежной ставке при шоке ДКП (сила ДКП за рубежом)	$4P_t^*$	i_t^*	ε_{i^*t}	-0,878
	Полуэластичность зарубежной годовой инфляции по зарубежной ставке при шоке ДКП (сила ДКП за рубежом)	P_{t+3}^*	i_t^*	ε_{i^*t}	-0,583
	Эластичность зарубежного выпуска к изменению зарубежных текущих цен при зарубежном шоке межвременных предпочтений (реальная жесткость)	Y_t^*	$4P_t^*$	ε_{β^*t}	1,233
	Эластичность зарубежного выпуска к изменению зарубежных текущих цен при шоке зарубежной ДКП (реальная жесткость)	Y_t^*	$4P_t^*$	ε_{i^*t}	0.763
	Эластичность зарубежного выпуска к изменению годовой инфляции при зарубежном шоке межвременных предпочтений (реальная жесткость)	Y_t^*	P_{t+3}^*	ε_{β^*t}	2.831
	Эластичность зарубежного выпуска к изменению зарубежной годовой инфляции при шоке зарубежной ДКП (реальная жесткость)	Y_t^*	P_{t+3}^*	ε_{i^*t}	1.149
Реальная жесткость цен (шоки предложения, на основе текущих цен)	Эластичность выпуска к изменению текущих цен при шоке TFP	Y_t	$4P_t$	ε_{At}	-0.020
	Эластичность выпуска к изменению текущих цен при шоке монополистической наценки	Y_t	$4P_t$	$\varepsilon_{\mu t}$	-0,093
	Эластичность выпуска к изменению текущих цен при шоке монополистической наценки в зарплате	Y_t	$4P_t$	ε_{Wt}	-0,115
Реальная жесткость цен (шоки предложения, на основе годовой инфляции)	Эластичность выпуска к годовой инфляции при шоке TFP	Y_t	P_{t+3}	ε_{At}	-0,038
	Эластичность выпуска к годовой инфляции при шоке монополистической наценки	Y_t	P_{t+3}	$\varepsilon_{\mu t}$	-0,143
	Эластичность выпуска к годовой инфляции при шоке монополистической наценки в зарплате	Y_t	P_{t+3}	ε_{Wt}	-0,142
Реакция текущей инфляции	Эластичность текущего уровня цен к реальной зарплате при шоке монополистической наценки в зарплате	$4P_t$	w_t	ε_{Wt}	0,628
	Эластичность текущего уровня цен к госрасходам при шоке госрасходов	$4P_t$	G_t	ε_{Gt}	0,124
	Эластичность текущего уровня цен к номинальным аккордным налогам при шоке аккордных налогов	$4P_t$	T_t	ε_{Tt}	-0,024

	Эластичность текущего уровня цен к инвестициям при шоке эффективности инвестиций	$4P_t$	I_t	ε_{Tt}	0,092
	Эластичность текущего уровня цен к реальной цене материалов при шоке предложения материалов	$4P_t$	P_{Rt}^*	ε_{R^*t}	0,032
	Эластичность текущего уровня цен к реальной цене нефти при шоке мирового предложения нефти	$4P_t$	P_{Ot}^*	ε_{O^*t}	-0,048
Реакция годовой инфляции	Полуэластичность годовой инфляции к реальной зарплате при шоке монополистической наценки в зарплате	P_{t+3}	w_t	ε_{Wt}	0,507
	Полуэластичность годовой инфляции к госрасходам при шоке госрасходов	P_{t+3}	G_t	ε_{Gt}	0,106
	Полуэластичность годовой инфляции к номинальным аккордным налогам при шоке аккордных налогов	P_{t+3}	T_t	ε_{Tt}	-0,021
	Полуэластичность годовой инфляции к инвестициям при шоке эффективности инвестиций	P_{t+3}	I_t	ε_{Tt}	0,077
	Полуэластичность годовой инфляции к реальной цене материалов при шоке предложения материалов	P_{t+3}	P_{Rt}^*	ε_{R^*t}	0,026
	Полуэластичность годовой инфляции к реальной цене нефти при шоке мирового предложения нефти	P_{t+3}	P_{Ot}^*	ε_{O^*t}	-0,044
Реакция на шоки рынка труда	Эластичность текущего уровня цен к спросу на труд при шоке доли труда в производственной функции	$4P_t$	L_t	ε_{Lt}	0,237
	Эластичность текущего уровня цен к рабочей силе при шоке рабочей силы	$4P_t$	N_t	ε_{Nt}	-0,110
	Полуэластичность годовой инфляции к спросу на труд при шоке доли труда в производственной функции	P_{t+3}	L_t	ε_{Lt}	0,487
	Полуэластичность годовой инфляции к рабочей силе при шоке рабочей силы	P_{t+3}	N_t	ε_{Nt}	-0,391
	Эластичность выпуска к текущему уровню цен при шоке доли труда в производственной функции (реальная жесткость)	Y_t	$4P_t$	ε_{Lt}	0,047
	Эластичность выпуска к текущему уровню цен при шоке рабочей силы (реальная жесткость)	Y_t	$4P_t$	ε_{Nt}	-0,824
	Эластичность выпуска к годовой инфляции при шоке доли труда в производственной функции (реальная жесткость)	Y_t	P_{t+3}	ε_{Lt}	0,092
	Эластичность выпуска к годовой инфляции при шоке рабочей силы (реальная жесткость)	Y_t	P_{t+3}	ε_{Nt}	-0,928
	Эластичность текущего уровня цен к реальной зарплате при шоке монополистической наценки в зарплате	$4P_t$	w_t	ε_{Wt}	0,628

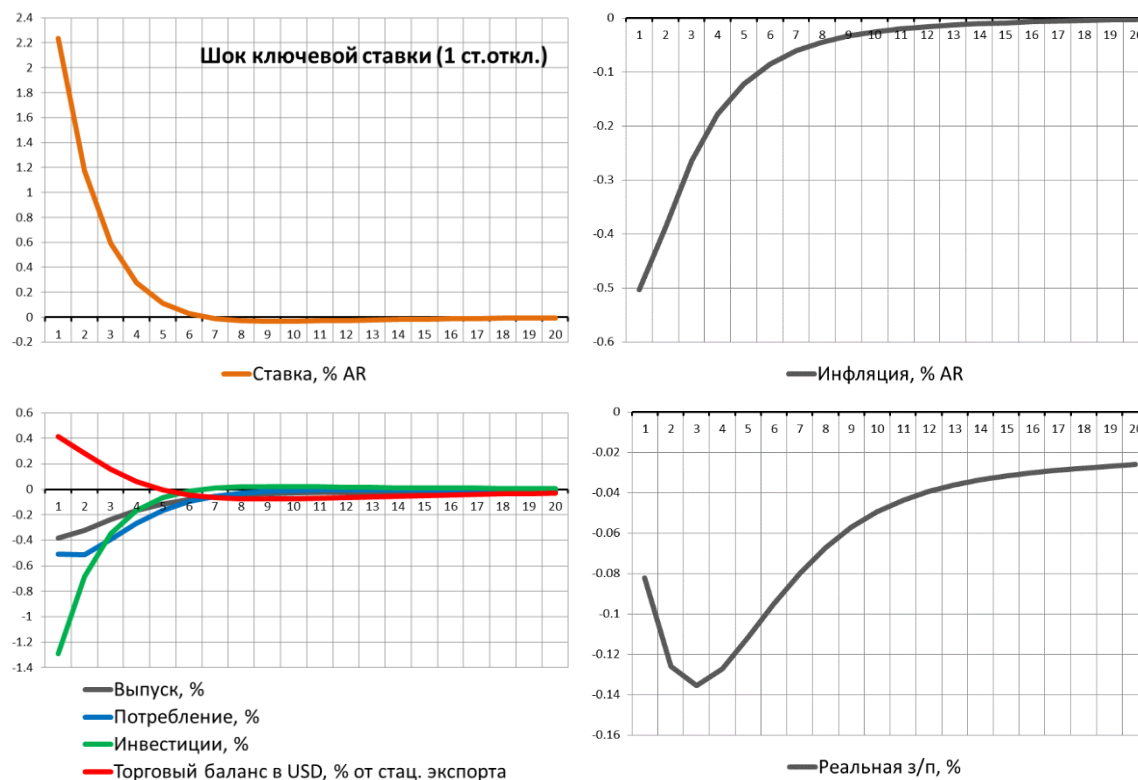
	Эластичность текущего уровня цен к реальной зарплате при шоке доли труда в производственной функции	$4P_t$	w_t	ε_{Lt}	7,300
	Эластичность текущего уровня цен к реальной зарплате при шоке рабочей силы	$4P_t$	w_t	ε_{Nt}	0,763
	Полуэластичность годовой инфляции к реальной зарплате при шоке монополистической наценки в зарплате	P_{t+3}	w_t	ε_{Wt}	0,507
	Полуэластичность годовой инфляции к реальной зарплате при шоке доли труда в производственной функции	P_{t+3}	w_t	ε_{Lt}	3,747
	Полуэластичность годовой инфляции к реальной зарплате при шоке рабочей силы	P_{t+3}	w_t	ε_{Nt}	0,678
	Эластичность реальной зарплаты к предложению труда при шоке монополистической наценки на зарплату	w_t	L_t	ε_{Wt}	-7,368
	Эластичность реальной зарплаты к предложению труда при шоке доли труда в производственной функции	w_t	L_t	ε_{Lt}	0,032
	Эластичность реальной зарплаты к предложению труда при шоке рабочей силы	w_t	L_t	ε_{Nt}	0,166
	Эластичность реальной зарплаты к рабочей силе при шоке рабочей силы	w_t	N_t	ε_{Nt}	-0,144
	Эластичность спроса на труд к рабочей силе при шоке рабочей силы	L_t	N_t	ε_{Nt}	-0,868
	Эластичность выпуска к рабочей силе при шоке рабочей силы	Y_t	N_t	ε_{Nt}	0,091

Источник: расчеты авторов.

Функции импульсного отклика

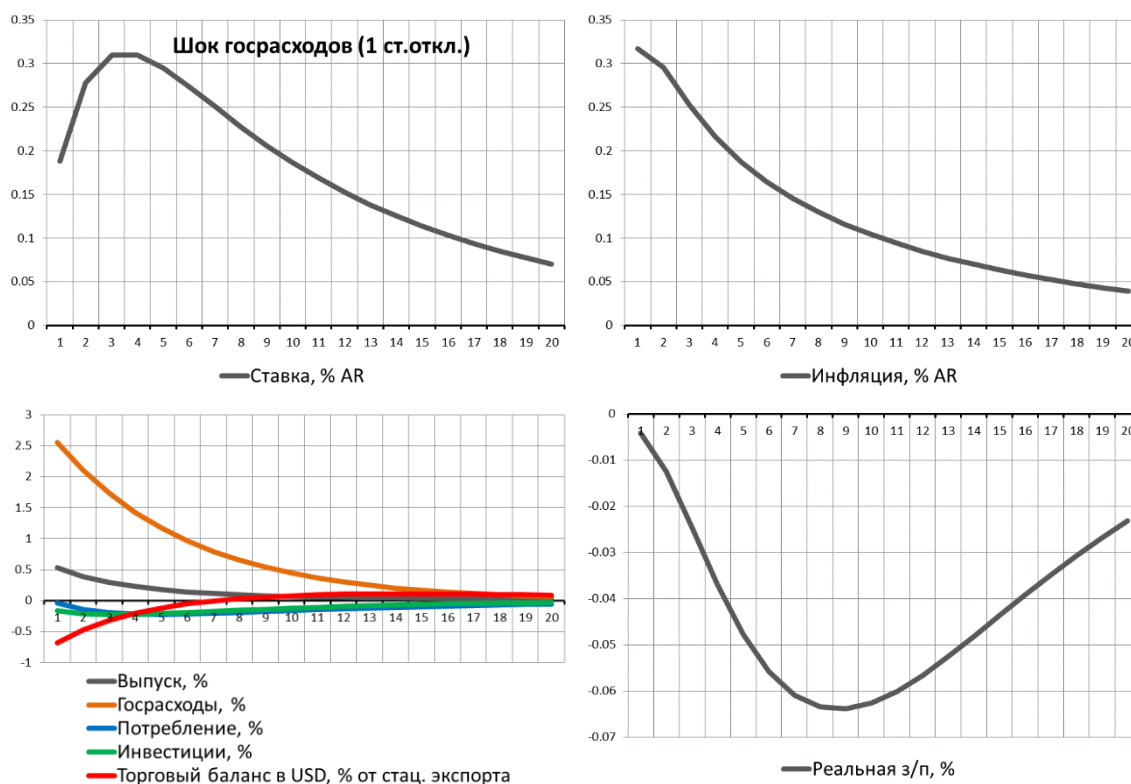
В дополнение к рассчитанным эластичностям приведем IRF основных переменных на основные шоки. На рис. 2 изображена реакция ставки (приведенная к годовой = AR), инфляции, ВВП и его компонентов по спросу и реальной з/п на шок ключевой ставки ε_{ikt} . Рост ключевой ставки снижает инфляцию, выпуск, реальную з/п и практически все компоненты выпуска. Исключение: торговый баланс, который растет за счет снижения импорта.

Рис. 2. IRF на шок ключевой ставки ε_{ikt} (1 ст. откл.)



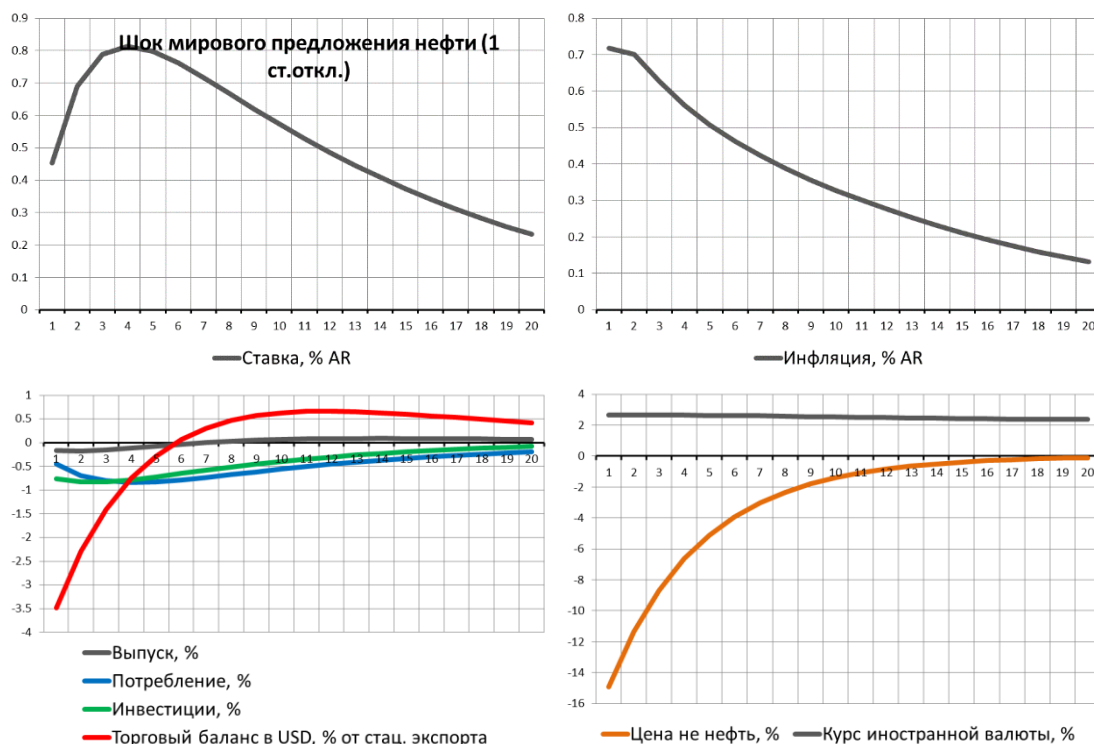
На рис. 3 изображена реакция переменных на шок госрасходов ε_{Gt} , который стимулирует выпуск, вызывает инфляцию и повышение ключевой ставки. Рост госрасходов вытесняет остальные виды расходов: частное потребление, инвестиции, внешний спрос. Эффект госрасходов на выпуск происходит в основном за счет увеличения предложения труда д/х. Снижение частного потребления повышает предельную полезность дополнительной единицы частного потребления, делая отдых более дорогим благом. Д/х повышают предложение труда на рынке, что снижает равновесную зарплату и позволяет фирмам производить больше благ. Мгновенная эластичность выпуска по госрасходам составляет $\frac{dy_t/y_t}{dG_t/G_t} = 0,206$.

Рис. 3. IRF на шок госрасходов ε_{Gt} (1 ст. откл.)



На рис. 4 изображена реакция переменных на шок мирового предложения нефти. Рост предложения нефти снижает ее цену, ослабляет отечественную валюту и оказывает негативное воздействие на все компоненты совокупного спроса: торговый баланс, частное потребление, инвестиции. Это вызывает умеренный и достаточно персистентный рост инфляции через канал валютного курса. Проинфляционность снижения цены на нефть – это феномен, возникший после перехода РФ в режим существенных ограничений на трансграничные перетоки капитала в 2022 году.

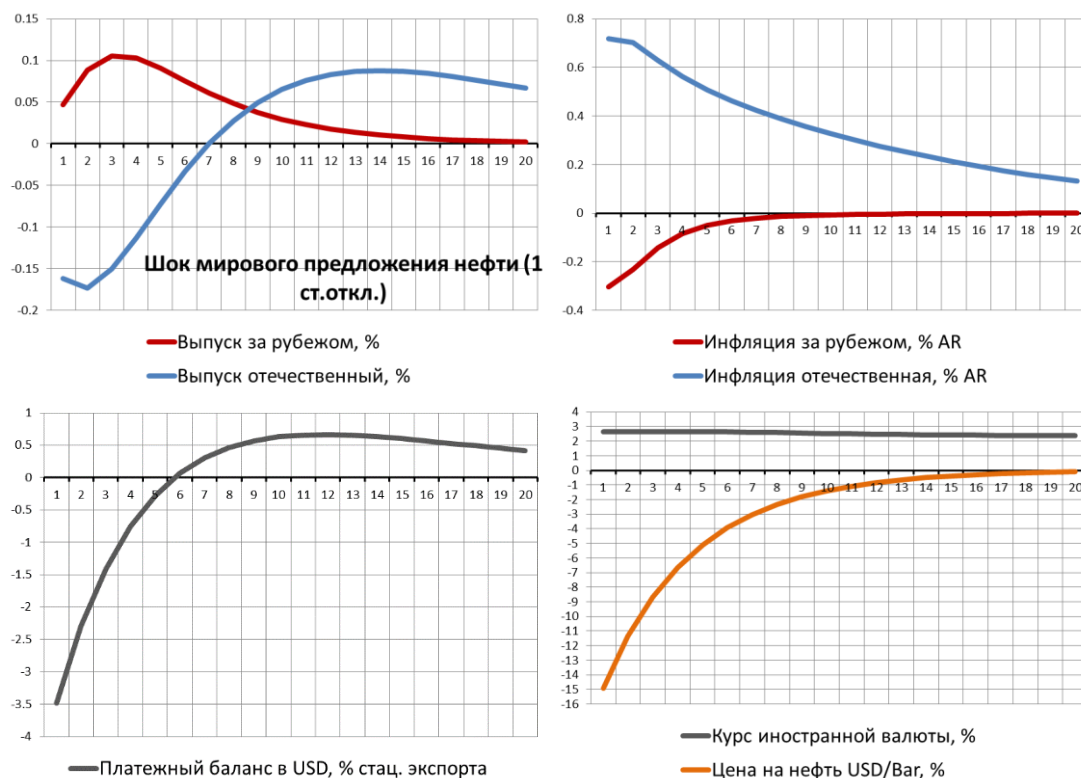
Рис. 4. IRF на шок мирового предложения нефти ε_{O^*t} (1 ст. откл.)



Большинство моделей, оцененных на данных до 2022 г. говорят о том, что влияние колебаний цен на нефть на инфляцию минимальное. На рис. 5 и 6 показаны сравнительные реакции отечественной и зарубежной экономик на шоки мирового предложения нефти и материалов.

Рис. 5. IRF на шок мирового предложения нефти ε_{O^*t} (1 ст. откл.).

Сравнение реакции отечественной и зарубежной экономик

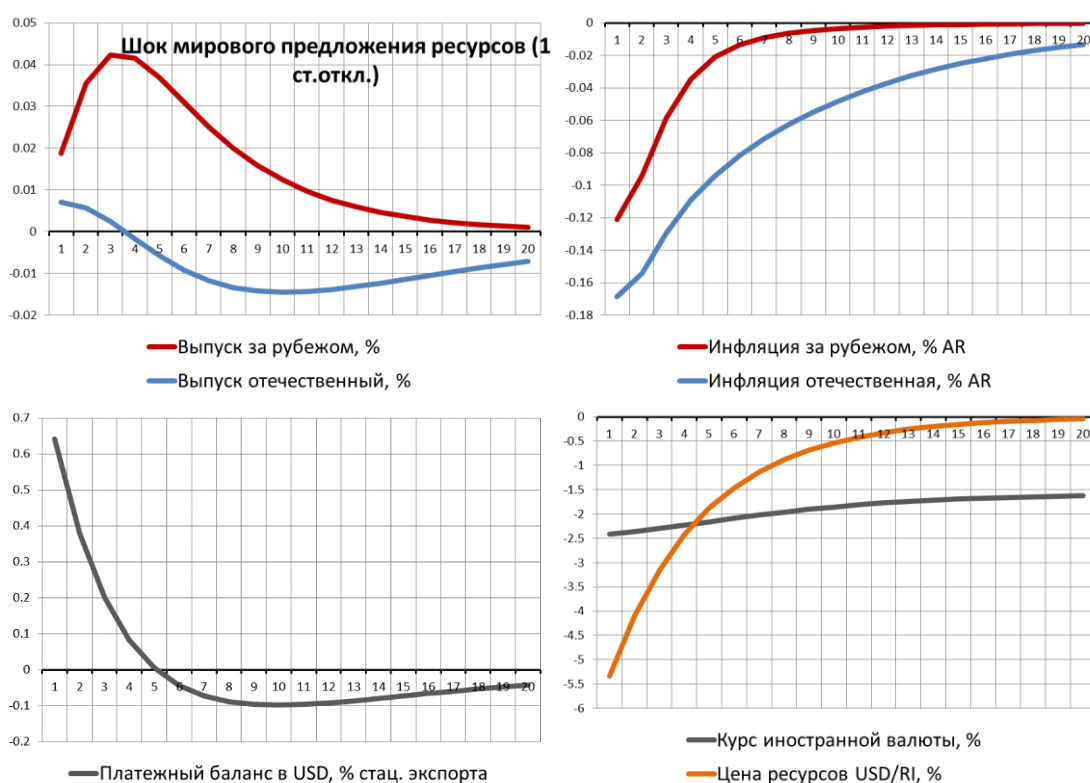


Шок предложения нефти оказывает положительное воздействие на зарубежную экономику: расширяет возможности производства благ, снижает предельные издержки и инфляцию. Отечественная экономика, напротив, страдает от снижения цены на нефть, так как получает доходы от экспорта нефти.

Шок мирового предложения материалов оказывает более симметричное воздействие на отечественную и мировую экономики. Для зарубежной экономики расширение предложения материалов приводит к увеличению производственных возможностей. Для отечественной экономики снижение цены импорта приводит к укреплению национальной валюты и снижению предельных издержек (импортных закупочных цен). Для обеих экономик это положительный шок предложения, снижающий инфляцию и увеличивающий производство. Реакция инфляции в отечественной экономике более сильная и длительная из-за более высокой номинальной жесткости цен. Реальная жесткость цен в ответ на шоки ресурсов и нефти (это же касается и других шоков спроса и предложения) оказывается выше в зарубежной экономике по сравнению с отечественной экономикой. При этом интегральная жесткость цен (номинальная вместе с реальной) отечественной экономики несколько выше. Это объясняется тем, что в модели отечественной экономики по сравнению с моделью зарубежной экономики введены дополнительные механизмы номинальной жесткости (зарплат и цен ресурсов). Повышенная реальная жесткость цен за рубежом частично компенсирует пониженную номинальную жесткость цен.

Рис. 6. IRF на шок мирового предложения материалов ε_{R^*t} (1 ст. откл.).

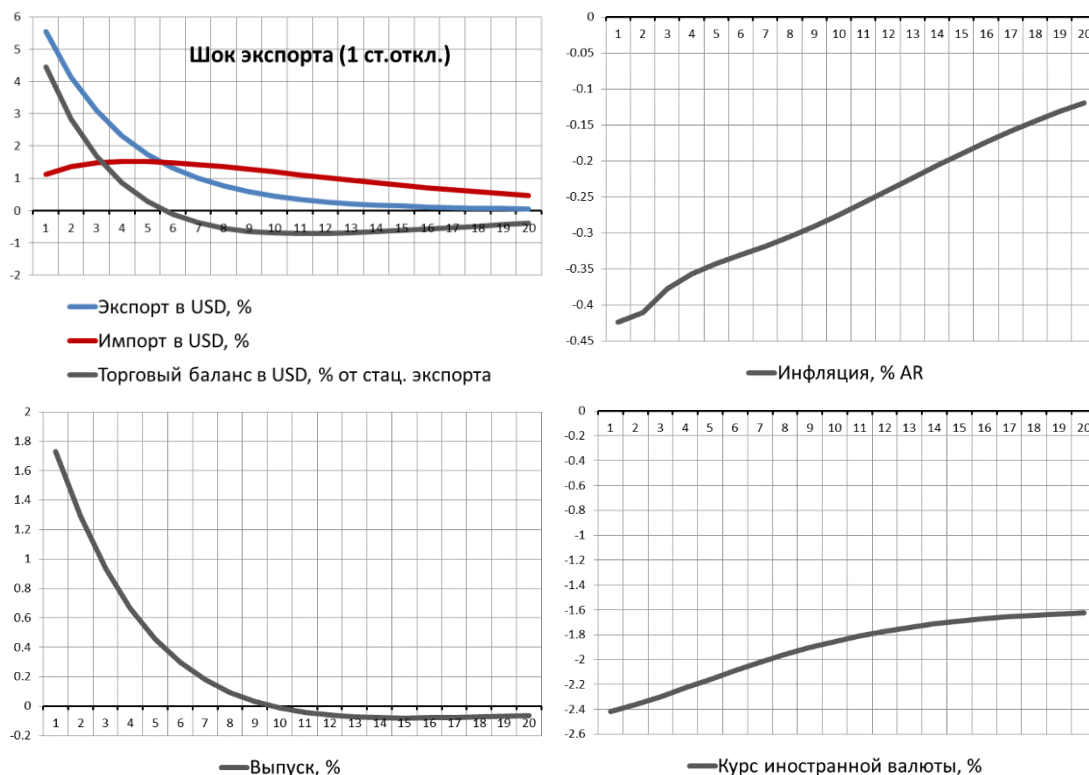
Сравнение реакции отечественной и зарубежной экономик



Как показывает дальнейший расчет, шоки платежного баланса оказывают существенное влияние на динамику отечественного выпуска. На рис. 7 изображена реакция экономики на шок экспорта. Рост экспорта стимулирует выпуск, а через канал торгового

баланса укрепляет национальную валюту. В режиме ограничения трансграничных перетоков капитала эффект шока экспорта на инфляцию через канал валютного курса будет доминировать над каналом совокупного спроса, и инфляция замедлится.

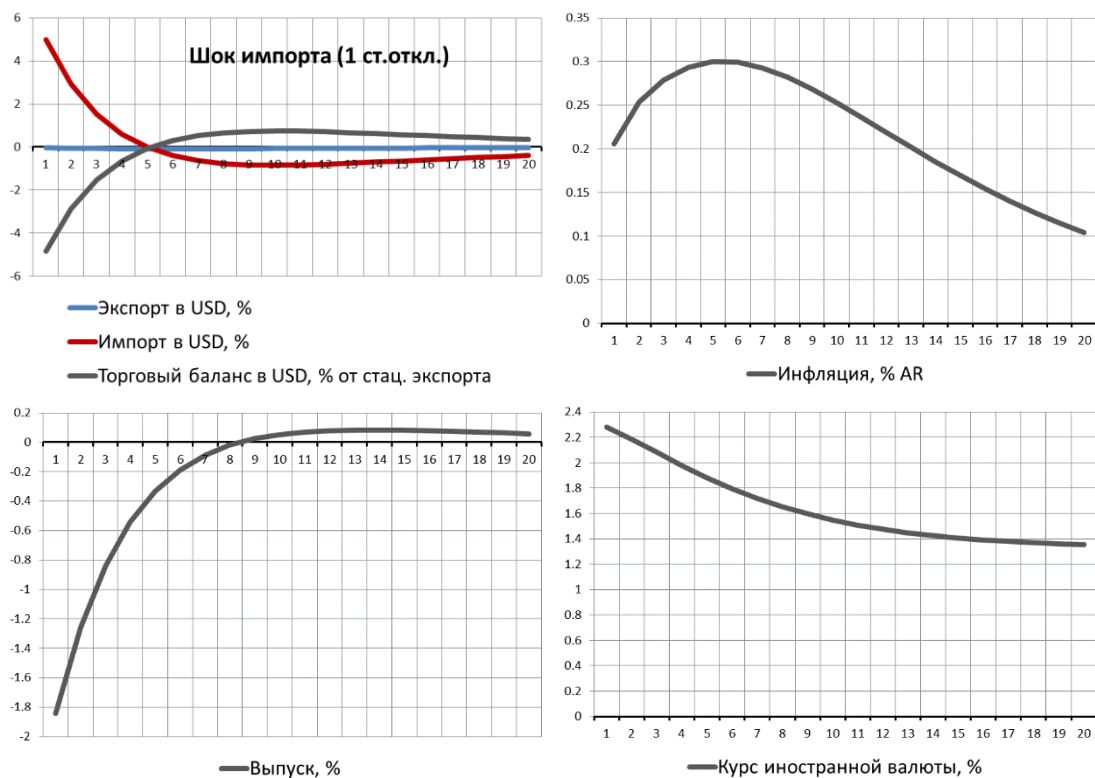
Рис. 7. IRF на шок экспорта ε_{Ext} (1 ст. откл.)



Шок импорта оказывает прямо противоположное воздействие на экономику: дестимулируется спрос (мы предполагаем, что спрос на импорт растет за счет эффекта переключения спроса с отечественных благ на иностранные блага), ослабляется национальная валюта и разгоняется инфляция. Сравнивая рис. 7 и 8 заметим, что импорт быстро подстраивается под изменение экспорта, который в свою очередь слабо реагирует на изменение импорта. Это есть результат того, что экспорт зависит в основном от состояния мировой экономики, а импорт реагирует на отечественную экономику, реагирующую на данные шоки.

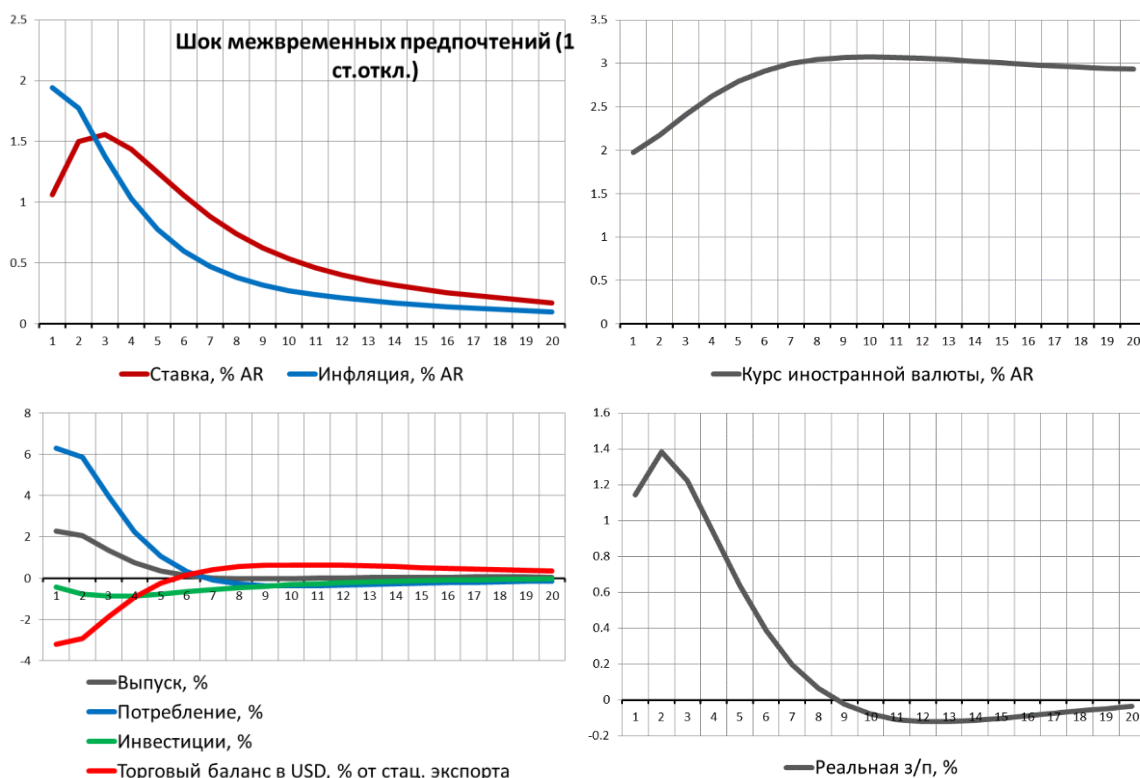
Другая особенность реакции на шоки, создающие колебания платежного баланса (рис. 5–8), – это эффект возврата накопленных чистых международных активов, который меняет знак отклика платежного баланса в ответ на любой шок приблизительно через 5 кварталов после шока. За данный промежуток возникшие издержки подстройки чистых международных активов B_t^* к своему стационарному уровню разворачивают динамику торгового баланса через канал реального курса иностранной валюты.

Рис. 8. IRF на шок импорта ε_{Imt} (1 ст. откл.)



На примере шока межвременных предпочтений рассмотрим различие в отклике на общий и региональный шоки. На рис. 9 изображен общий шок межвременных предпочтений $\varepsilon_{\beta t}$. Рост частного потребления приводит к росту выпуска, реальной з/п, инфляции и ставки. Частное потребление частично вытесняет другие виды потребления: инвестиции и чистый экспорт.

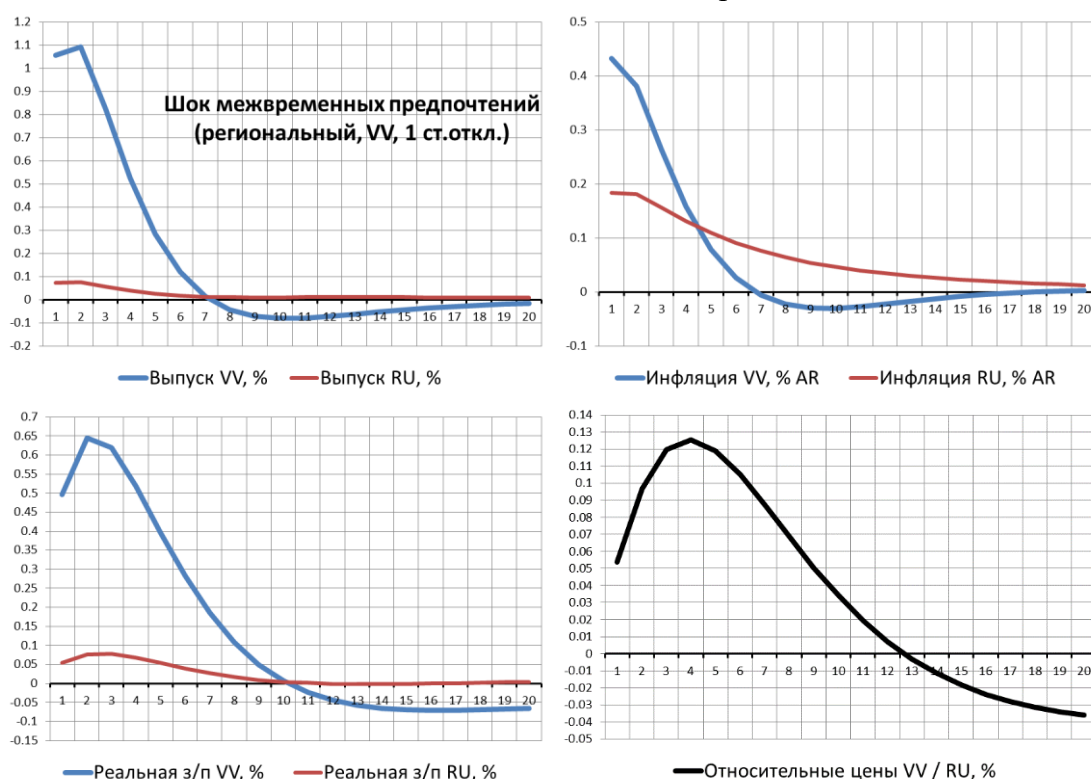
Рис. 9. IRF на шок межвременных предпочтений $\varepsilon_{\beta t}$ (1 ст. откл.)



На рис. 10 изображен региональный шок межвременных предпочтений $\varepsilon_{\beta VVt}$ для малого региона (VV = Волго-Вятский МР). В целом региональный шок создает отклики агрегированных переменных очень близкие к откликам на аналогичный общий шок (различие лишь в коэффициенте авторегрессии шоков). Рис. 10 показывает основные свойства региональных откликов: инфляция собственного региона реагирует хотя и сильнее, чем в других регионах, но региональные различия проявляются гораздо меньше, чем различия в региональном выпуске и реальной з/п. Основное объяснение этому факту состоит в том, что региональные различия в предельных издержках фирм оказываются меньше, из-за региональных эффектов перелива, которые реализованы через канал заработных з/п.

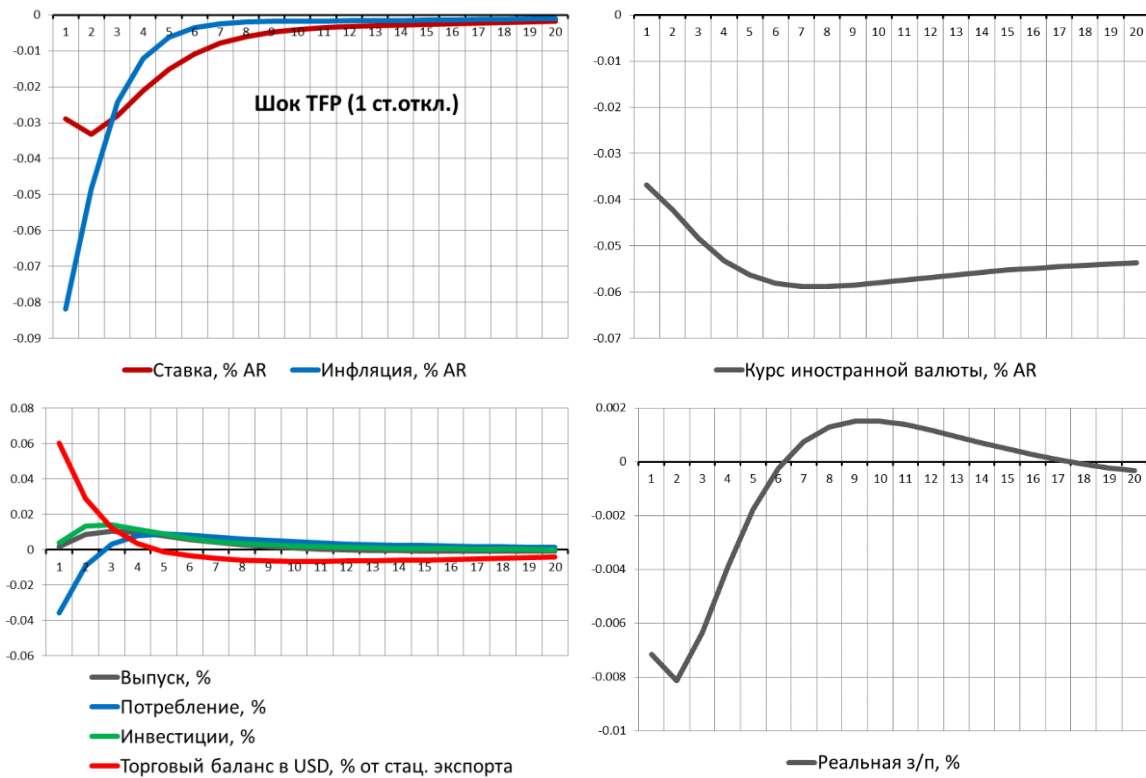
Еще одно важное свойство региональных шоков – свойство разворота динамики относительных цен. Например, шок разгоняет инфляцию Волго-Вятского МР сильнее, чем в остальной России, поэтому относительные цены $\frac{P_{cVVt}}{P_{cRUt}}$ растут. Однако силы конкуренции заставляют цены развернуться и двинуться в обратном направлении. Кроме сил конкуренции в региональную модель заложена динамика региональных ставок в ответ на объем накопленных активов (долгов) д/х. Повышенное потребление д/х Волго-Вятского МР способствует накоплению долгов и долгосрочному повышению ставок в регионе. Поэтому относительные цены в некоторый момент времени уходят в отрицательную зону: с этого момента эффект накопленного богатства доминирует над остальными эффектами бизнес-цикла. В далекой перспективе (за пределами изображенного 5-летнего интервала) относительные цены двух регионов выравниваются.

Рис. 10. IRF на шок межвременных предпочтений $\varepsilon_{\beta VVt}$ (региональный, VV, 1 ст. откл.)
VV = БВГУ; RU = остальные регионы России



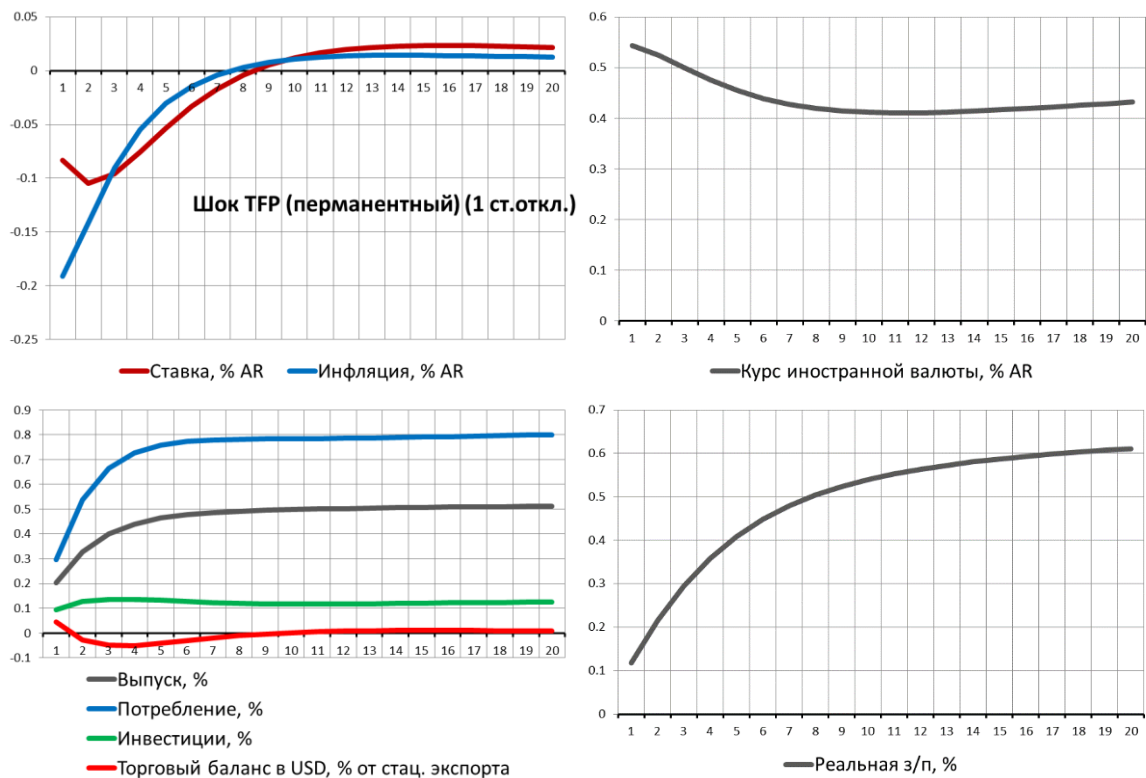
На примере шока производительности (TFP) сравним реакцию экономики на временные и перманентные шоки. На рис. 11 изображен временный шок TFP, а на рис. 12 перманентный шок TFP. Временный шок TFP (коэффициент авторегрессии около 0.5) традиционно создает положительный эффект на выпуск и инвестиции и способствует снижению предельных издержек и инфляции. При этом снизившийся спрос на труд потянул вниз реальные зарплаты и, следовательно, потребление. При этом потребление, а за ним через несколько кварталов и реальная з/п выходят в положительную область, что связано с положительным эффектом на выпуск и снижением инфляции и ставки.

Рис. 11. IRF на шок производительности (TFP) ε_{At} (1 ст. откл.)



Перманентный шок TFP (рис. 12) показывает, какое воздействие на долгосрочное равновесие, а также среднесрочную подстройку оказывают перманентные шоки производительности v_{At} .

Рис. 12. IRF на перманентный шок производительности (TFP) v_{At} (1 ст. откл.)



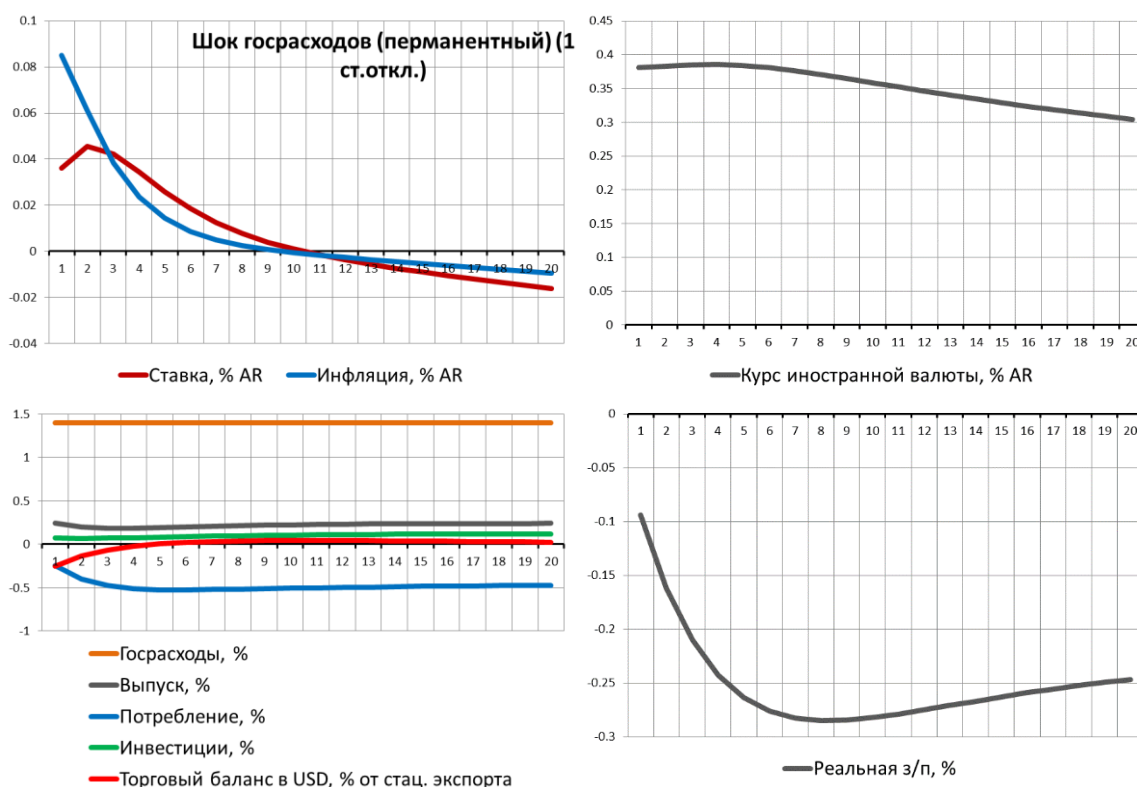
При долгосрочном росте TFP зарплата и потребление не уходят в отрицательную область: это согласуется со свойствами детерминистических темпов прироста: увеличение

темпов прироста производительности повышает и долгосрочный темп прироста реальной з/п. При росте долгосрочного уровня TFP на 0,77%, долгосрочный рост выпуска составляет 0,52%. Это означает, что спрос на труд несколько снижается, что для фирм связано с долгосрочным ростом реальной з/п, а для д/х с ростом потребления и снижения предельного эффекта от единицы труда. Инфляционный процесс, вызванный перманентным шоком TFP, более персистентный, чем при временном шоке TFP.

Наконец, необходимо обсудить свойство перманентных шоков спроса влиять на долгосрочный выпуск. На рис. 13 изображен отклик на перманентный шок госрасходов v_{Gt} . Видно, что выпуск вместе с госрасходами растет в долгосрочном периоде с эластичностью $\frac{d\bar{Y}}{d\bar{G}} = 0,175$. Это связано с тем, что рост госрасходов в долгосрочном периоде приводит к

вытеснению частного потребления, что влияет на стимулы д/х предлагать свои трудовые услуги фирмам. Они растут из-за увеличения предельного эффекта от единицы трудовых усилий для д/х. Для фирм рост доли труда в производстве ассоциируется со снижением реальной з/п. Таким образом, эффект перманентных шоков спроса (в нашем случае шоков госрасходов и экспорта) связан с перераспределением выпуска между потреблением и другими типами расходов. Такое перераспределение воздействует на стимулы д/х предлагать свои услуги труда фирмам и оказывает эффект на долгосрочный выпуск.

Рис. 13. IRF на перманентный шок госрасходов v_{Gt} (1 ст. откл.)



В приложении приведены отклики на остальные используемые при оценке шоки.

Декомпозиция динамики переменных на структурные шоки

Рассмотрим декомпозицию на шоки основных переменных модели. Для удобства интерпретации мы разбили все шоки на группы, соответствующие группам макроэкономических факторов. Выделим следующие группы:

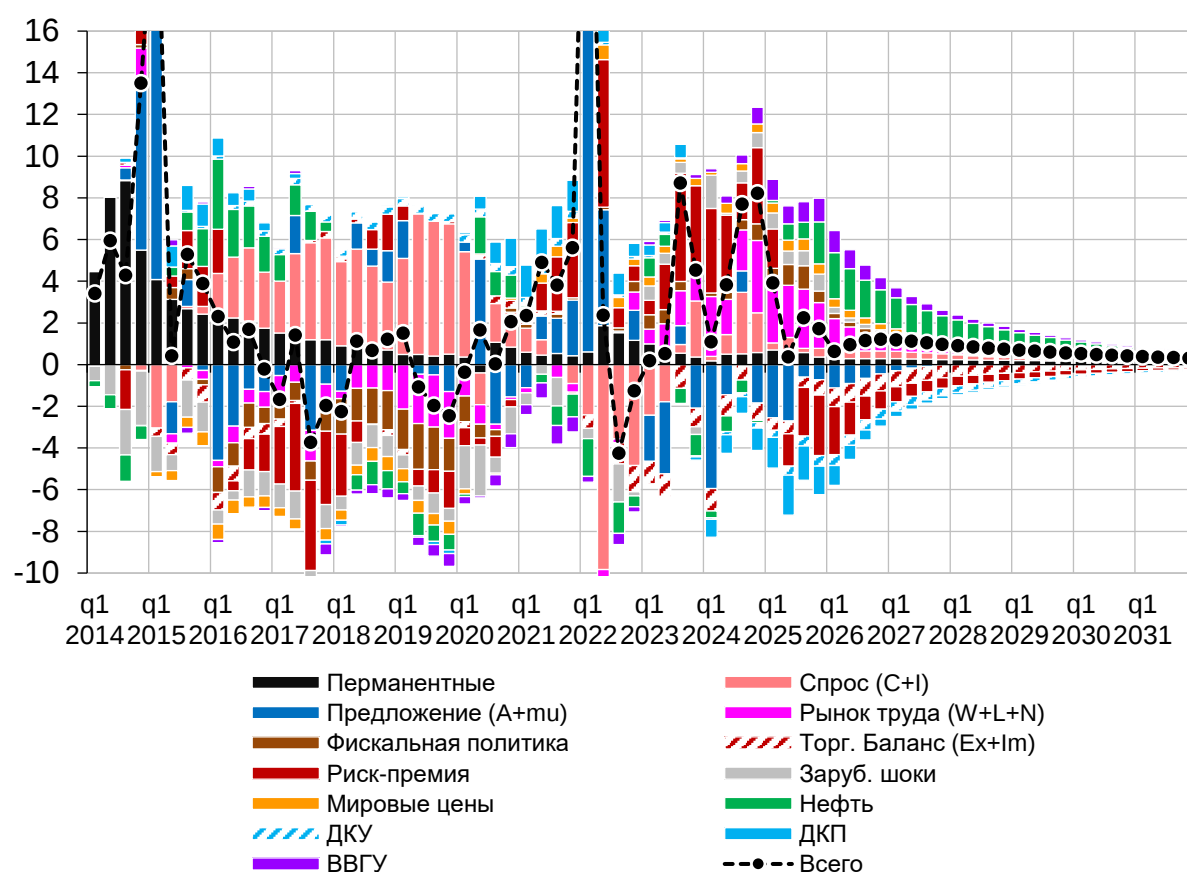
- Спрос ($\varepsilon_{\beta t}, \varepsilon_{It}, \varepsilon_{\beta RUt}, \varepsilon_{\beta nt}, \varepsilon_{\beta ht}, \varepsilon_{dNt}$)
- Предложение ($\varepsilon_{At}, \varepsilon_{\mu t}, \varepsilon_{\mu RUt}, \varepsilon_{\mu Nt}$)
- Рынок труда ($\varepsilon_{Wt}, \varepsilon_{Nt}, \varepsilon_{WRUt}$)
- Фискальная политика ($\varepsilon_{Gt}, \varepsilon_{Tt}, \varepsilon_{GRUt}, \varepsilon_{Tnt}, \varepsilon_{Tht}$)
- Торговый баланс ($\varepsilon_{Ext}, \varepsilon_{IMt}$)
- Риск премия [внешняя] (ε_{rpt})
- Зарубежные шоки ($\varepsilon_{\beta^*t}, \varepsilon_{A^*t}, \varepsilon_{i^*t}$)
- Мировые цены (ε_{R^*t})
- Нефть (ε_{O^*t})
- Денежно-кредитные условия (ДКУ) ($\varepsilon_{it}, \varepsilon_{iRt}$)
- Денежно-кредитная политика (ДКП) (ε_{ikt})
- Перманентные шоки ($v_{At}, v_{Gt}, v_{Tt}, v_{Ext}, v_{IMt}, v_{Wt}, v_{Nt}$)
- Региональные шоки Волго-Вятского МР ($\varepsilon_{\beta VVt}, \varepsilon_{\mu VVt}, \varepsilon_{WVVt}, \varepsilon_{GVVt}, \varepsilon_{iVVt}$)

На рис. 14–17 и 20–25 вместе с исторической декомпозицией (2014–2025 гг.) приведены декомпозиции прогнозов эндогенных переменных до 2031 года. Данный прогноз, кроме исторической динамики, базируется на доступной информации о динамике переменных в начале 2026 г. (на краткосрочном прогнозе). Мы не обсчитываем какой-либо сценарий, не закладываем какое-либо экзогенно заданное поведение переменных в будущем, а лишь показываем, как должна развиваться экономика России и Волго-Вятского МР на основе заложенных в нее законов трансмиссии шоков (при отсутствии новых шоков).

На рис. 14 изображена декомпозиция инфляции (% AR) в отклонениях от таргета (4%). Параметризация модели проводилась для использования ее для целей среднесрочного прогнозирования, поэтому основной упор делался на то, чтобы наиболее адекватно объяснить события, начиная с 2022 года. Для более ранних событий декомпозиция переменных на шоки может оказаться неточной из-за того, что трансмиссионный механизм отличался от текущего²³.

Рис. 14. Декомпозиция инфляции России, п.п. QoQSAAR в отклонениях от таргета (4%)

²³ Например, модель объясняет разгон инфляции в 2015 г. в большинстве своем, латентными шоками предложения. Вклад шоков внешней премии оказывается небольшим, что несколько противоречит представлениям о причинах инфляции в период геополитического кризиса 2015 года. Основное объяснение состоит в гораздо более значительном переносе курса в цены, наблюдавшемся до перехода ЦБ к режиму инфляционного таргетирования.



Примечание. Факт (2014–2025), прогноз (2026–2031).

Инфляция в период пандемии COVID-19 была умеренной из-за того, что негативные шоки предложения компенсировались шоками, объясняющими снижение экономической активности, по большей части зарубежными. Усиление инфляционных тенденций за рубежом в 2021 г. за счет проблем с поставками и происходившие аналогичные процессы в России привели к разгону инфляции в 2021 г., что было адекватно отнесено моделью в основном на шоки предложения.

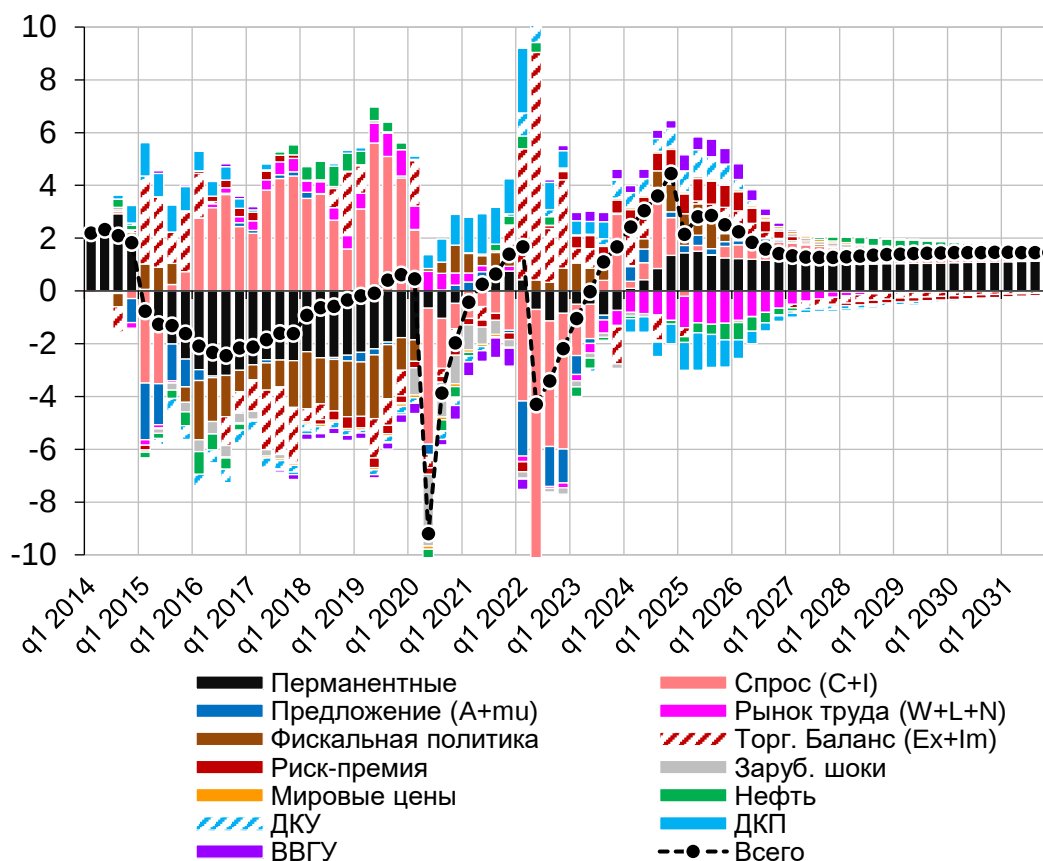
Скачок инфляции в начале 2022 г. был практически полностью отнесен на шоки предложения (монополистической наценки и производительности), а также шок внешней премии, которая во многом объясняла скачок курса иностранной валюты. Замедление инфляции 2023 г. объясняется негативными шоками спроса, а также быстрым уходом проинфляционных факторов (быстрее, чем предсказывала модель), которые оказали на инфляцию более сильное воздействие, чем проинфляционные шоки предложения и рынка труда. Разгон инфляции в конце 2023 г. в основном отнесен на шоки внешней премии, которые усиливались шоками рынка труда и фискальной политики. Жесткая ДКП, шоки монополистической наценки и слабый торговый баланс ослабили инфляционный импульс. В 2024–2025 гг. основным драйвером российской инфляции стали шоки рынка труда, а затухание инфляционного процесса в конце 2025 г. – результат укрепления рубля под действием комплекса шоков: ДКП, торгового баланса, внешней премии (геополитика).

Роль перманентных, региональных, секторальных и агентских шоков в объяснении инфляции оказалась минорной (подробнее см. табл. 9).

На рис. 15 приведена декомпозиция выпуска России. Спад выпуска в период пандемии COVID-19 в 2020 г. отнесены на внутренний и внешний спрос. Фискальная

политика оказывала умеренную поддержку экономике, хотя основной разогрев экономики к концу 2021 г. произошел по причине мягкой ДКП. Эпизод 2022–2024 гг. характеризуется значительными противонаправленными шоками, связанными со структурной перестройкой экономики. Падение выпуска в 2022 г. в основном трактуется как шок спроса (частного и инвестиционного).

Рис. 15. Декомпозиция выпуска (ВВП) России
в % отклонения от детерминистического тренда (1,35% в год)

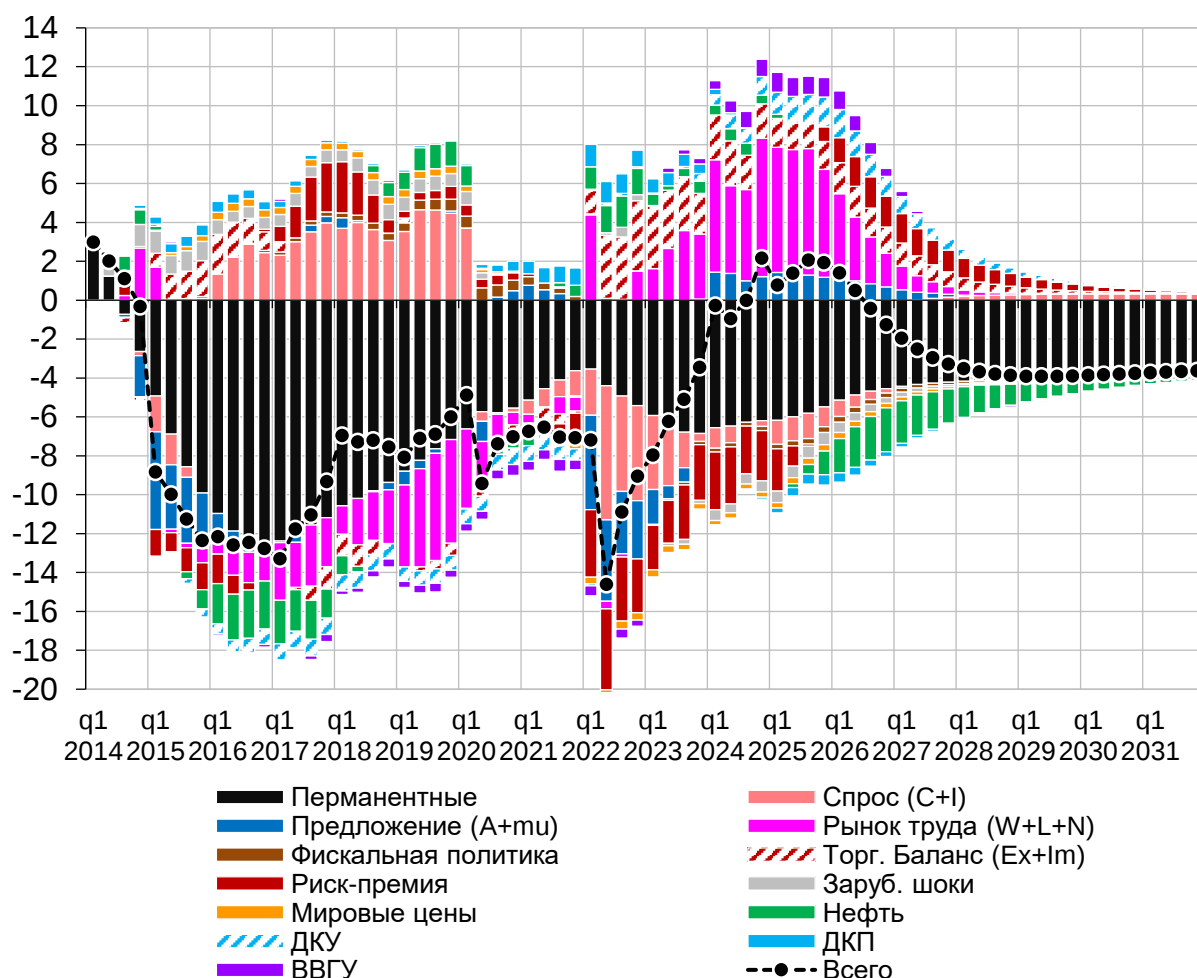


Примечание. Факт (2014–2025), прогноз (2026–2031).

Шок предложения также способствовал спаду ВВП. Частично падение 2022 г. было отнесено на перманентные шоки. Поддержку экономике РФ оказало снижение импорта и переориентация спроса на внутренние блага. Декомпозиция демонстрирует разнонаправленное воздействие фискальной и денежно-кредитной политик. При этом оценка вклада денежно-кредитных условий, которые отражают состояние финансового рынка, говорит о том, что негативный импульс на экономику со стороны ДКП был в значительной мере компенсирован мягкостью ДКУ. По прогнозу в 2024–2025 гг. наиболее существенный негативный вклад в выпуск вносит рынок труда, который вместе с жесткой ДКП и слабым внешним спросом станет основным фактором перехода экономики в стадию рецессии. Поддержку экономике может оказать фискальная политика, которая в текущем варианте прогноза предполагает быструю консолидацию бюджета.

На рис. 16 рассмотрим декомпозицию реальной з/п. В динамике з/п перманентные шоки снижают долгосрочный уровень з/п по отношению к детерминистическому тренду (2,6% в год). Вместе со значительным ростом з/п в 2023–2024 гг. данная тенденция порождает значительный разрыв з/п, который оказывает существенное воздействие, как на разгон инфляции, так и на отрицательный разрыв ВВП.

Рис. 16. Декомпозиция реальной з/п России, в % отклонения от детерминистического тренда (2,6% в год)

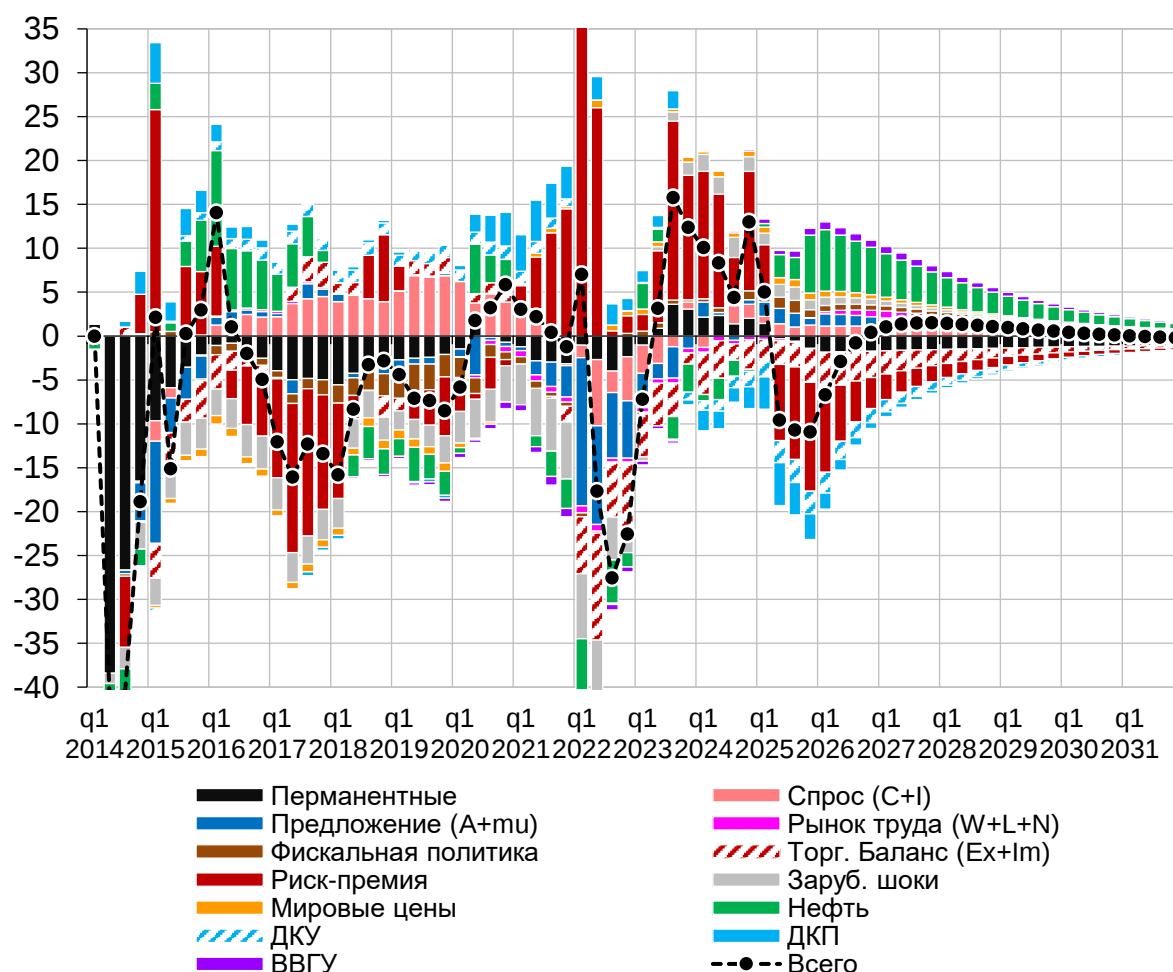


Примечание. Факт (2014–2025), прогноз (2026–2031).

Большинство шоков, влияющих на выпуск, аналогично воздействуют и на реальную з/п. Самое заметное исключение из этого утверждения – это факторы (шоки) самого рынка труда: труд является издержками для производителей и такие шоки создают разнонаправленную динамику выпуска и з/п.

Режим плавающего валютного курса приводит к возникновению значительных колебаний номинального и реального валютного курса рубля относительно доллара (и других мировых валют). На рис. 17 приведена декомпозиция динамики реального курса доллара на шоки. Большая часть колебаний реального курса объясняется шоками предложения нефти, внешними шоками и латентными шоками внешней премии.

Рис. 17. Декомпозиция реального курса доллара, в % стационарного уровня



Примечание. Факт (2014–2025), прогноз (2026–2031).

После введения ограничений на трансграничные перетоки капитала и введения списка санкций на продукцию российского экспорта и импорта в 2022 г. наиболее существенным фактором курса стали шоки платежного баланса. Именно благодаря им рубль значительно укрепился в 2022 г., что привело к значительному замедлению инфляции (которая уходила в зону ниже таргета), которая возникла, согласно модели, в первой половине 2022 г. под действием латентных шоков внешней премии. В 2024 г. большинство структурных шоков должны были бы привести к укреплению рубля (высокая ключевая ставка, шоки импорта, дорогая нефть). Почему этого не произошла - модель объясняет действием латентных шоков внешней премии (геополитики)²⁴. В вот в 2025 г. модель, напротив, говорит о избыточно крепком рубле (до +11% к равновесному уровню).

Оценка качества прогнозирования

В качестве очередной проверки качества модели сделаем несколько упражнений по прогнозированию. Сначала сделаем расчеты на основе прогнозов in-sample – вариант прогноза, когда мы используем оцененную на полной выборке модель и с ее помощью прогнозируем переменные внутри периода оценки, сравнивая с прогнозами моделей (также

²⁴ Начиная с 2022 г. наиболее реалистичная интерпретация шоков внешней премии связана с интенсивностью санкционного давления на Россию и проблемами с трансграничными платежами.

in-sample), которые мы возьмем в качестве точки отсчета. Затем ту же процедуру проведем для прогнозов out-of-sample – вариант прогноза, когда прогноз делается для периодов, не входящих в период оценки модели. Для того чтобы работать с out-of-sample прогнозами переоценим модель для нескольких периодов и сравним полученные прогнозы с прогнозами референтных моделей, также полученных методом out-of-sample.

В качестве референтных моделей возьмем две простые статистические модели: авторегрессионную (AR1) модель с детерминистическим трендом и модель случайного блуждания (Random walk = RW) около детерминистического тренда. В каждой из моделей мы связываем динамику каждой из рассматриваемых переменных исключительно с предыдущей динамикой данной переменной. Детерминистические тренды для всех моделей оцениваются совместно с динамическими параметрами моделей.

Точность прогнозов будем измерять с помощью метрики RMSE.

Прогнозы in-sample

Сделаем расчеты in-sample прогнозов по трем моделям (MARS = оцененная DSGE модель; AR1-модель; RW-модель) для периода I квартал 2019 – IV 2025 г. (28 кварталов), входящего в период оценки модели. Результаты оценки приведены в табл. 6.

Табл. 6. RMSE для in-sample прогнозов трех моделей: MARS – оцененная DSGE-модель; AR1-модель, RW-модель

	RMSE, один квартал			RMSE, два квартала			RMSE, четыре квартала			RMSE, восемь кварталов		
Переменная	MARS	AR1	RW	MARS	AR1	RW	MARS	AR1	RW	MARS	AR1	RW
Инфляция	0,016	0,016	0,018	0,017	0,016	0,021	0,016	0,016	0,022	0,017	0,016	0,024
ВВП	0,019	0,022	0,021	0,023	0,024	0,027	0,028	0,025	0,032	0,029	0,025	0,031
Реальная з/п	0,021	0,020	0,019	0,029	0,025	0,024	0,040	0,029	0,035	0,061	0,031	0,066
Инвестиции	0,034	0,033	0,032	0,051	0,042	0,044	0,068	0,054	0,066	0,081	0,055	0,096
Номинальный курс иностранной валюты	0,081	0,080	0,080	0,117	0,102	0,119	0,151	0,107	0,155	0,218	0,106	0,224
Ключевая ставка	0,006	0,005	0,004	0,010	0,008	0,007	0,013	0,010	0,010	0,015	0,010	0,013
Инфляция, Волго-Вятский МР	0,016	0,017	0,019	0,017	0,017	0,022	0,017	0,017	0,023	0,018	0,017	0,025
ВРП, Волго-Вятский МР	0,018	0,019	0,017	0,026	0,022	0,021	0,036	0,027	0,028	0,045	0,029	0,038
Реальная з/п, Волго-Вятский МР	0,020	0,019	0,017	0,032	0,027	0,026	0,051	0,037	0,041	0,071	0,043	0,077
Зарубежная инфляция	0,004	0,004	0,004	0,004	0,005	0,005	0,004	0,005	0,006	0,005	0,005	0,008
Зарубежный выпуск	0,015	0,018	0,017	0,019	0,021	0,023	0,020	0,022	0,026	0,020	0,021	0,028

Примечание. Для каждой модели расчеты сделаны на основе 28 кварталов: I квартал 2019 – IV квартал 2025 года. Исключение: инвестиции и зарубежный выпуск (26 кварталов: I квартал 2019 – II квартал 2025 г.).

Источник: расчеты авторов.

Оцененная модель в прогнозировании in-sample в целом уступает модели AR1 (особенно на интервалах 4 и 8 кварталов), хотя в целом превосходит модель RW. Основное объяснение такого результата состоит в том, что мы прогнозируем переменные,

идентификация долгосрочного тренда для которых затруднена. В этом случае модель, в которой найден единственный тренд, лучше всего описывающий исторические данные (AR1) может получить дополнительное преимущество перед моделями с меняющейся оценкой тренда (MARS, RW).

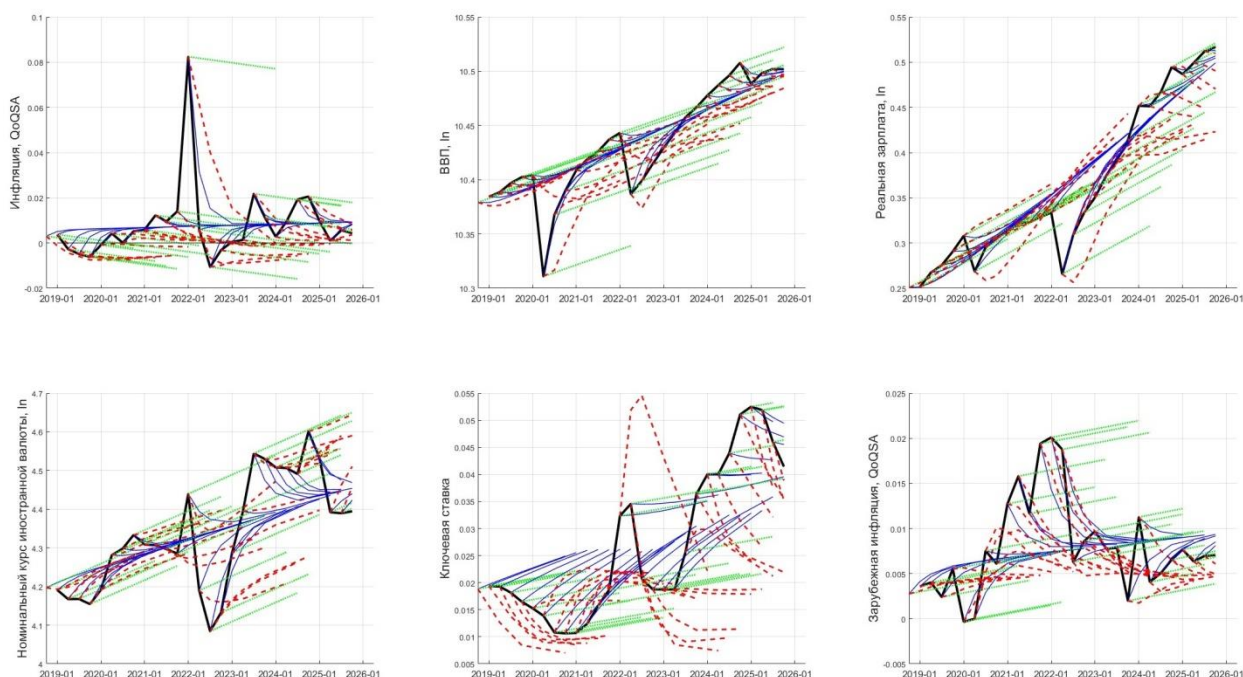
Рассмотрим результаты прогнозирования более подробно.

На рис. 18 изображены прогнозы на основе трех моделей. С точки зрения прогнозирования инфляции преимущество модели AR1 над разработанной структурной моделью зиждется на том, что средняя инфляция для выбранного исторического диапазона была выше таргета (4%). Например, в период 2022–2025 г. сохранение инфляции стабильно выше таргета модель объясняет серией проинфляционных шоков, имеющих краткосрочную природу. Это порождает серию ошибок структурной модели, в то время как модель AR1, в которой средний уровень инфляции выше таргета, ошибается в прогнозах меньше.

Превышение ключевой ставки над ставкой по оцененному в MARS правилу Тейлора, которое потребовалось для купирования проинфляционных рисков в период 2022–2025 г., способствовало тому, что исторический уровень ставки оказался выше, чем заложенный в структурную модель уровень реальной нейтральной ставки (4% в годовом выражении). Это также дало преимущество модели AR1, в которой имеется возможность свободно подстроить долгосрочный тренд под данные.

Ошибки в прогнозировании выпуска и реальной з/п связаны с оценками тренда данных серий. Тренд в модели AR1 оценивается без ограничений на основе динамики ВВП. Тренд в модели MARS ограничен структурными связями и определяется на основе нескольких наблюдаемых серий: ВВП, ВПП, инвестиций, потребления, госрасходов, реальная з/п, номинального экспорта и импорта плюс региональных серий. Детерминистические тренды всех наблюдаемых переменных в структурной модели связаны друг с другом, что мешает свободной подгонке детерминистических трендов под данные.

Рис. 18. In-sample прогнозы на основе трех моделей: MARS (красный); AR1 (синий); RW (зеленый)



Примечание. Факт (черный).

Подобные соображения справедливы, практически, для всех серий (рис. П21 в Приложении 3).

In-sample прогнозирование позволяет увидеть пределы возможностей разработанной модели: сложности в увязке наблюдаемых трендов с теоретически обоснованными трендами реальных переменных. Перманентные шоки, в том числе были введены для того, чтобы частично ослабить данную проблему²⁵, однако точность идентификации данных шоков в режиме реального времени ограничивает их возможности увеличить качество прогнозов структурной модели.

Прогнозы out-of-sample

Рассмотрим свойства out-of-sample прогнозов структурной модели MARS по сравнению с референтными моделями, рассмотренными выше. В табл. 7 приведены результаты расчета out-of-sample прогнозов для трех моделей для периода I квартал 2020 – IV квартал 2025 г. (24 квартала) для тех же моделей MARS, AR1 и RW²⁶. В каждом случае мы переоценивали все модели на основе доступной на тот момент информации, начиная с I квартал 2014 года.

²⁵ Кроме того, перманентные шоки в модели в основном используются, чтобы описать структурную трансформацию экономики после 2022 года.

²⁶ Исключение: инвестиции и зарубежный выпуск (22 квартала: I квартал 2020 – II квартал 2025 г.).

Табл. 7. RMSE для out-of-sample прогнозов трех моделей: MARS – оцененная DSGE-модель; AR1-модель, RW-модель

	RMSE, один квартал			RMSE, два квартала			RMSE, четыре квартала			RMSE, восемь кварталов		
Переменная	MARS	AR1	RW	MARS	AR1	RW	MARS	AR1	RW	MARS	AR1	RW
Инфляция	0,020	0,021	0,023	0,022	0,023	0,027	0,020	0,023	0,028	0,021	0,028	0,034
ВВП	0,024	0,026	0,028	0,029	0,031	0,036	0,031	0,034	0,043	0,038	0,031	0,041
Реальная з/п	0,028	0,025	0,023	0,039	0,033	0,031	0,053	0,043	0,046	0,058	0,055	0,071
Инвестиции	0,058	0,043	0,041	0,090	0,061	0,057	0,127	0,090	0,092	0,166	0,129	0,137
Номинальный курс иностранной валюты	0,087	0,099	0,094	0,125	0,133	0,142	0,155	0,154	0,183	0,174	0,187	0,201
Ключевая ставка	0,007	0,007	0,006	0,013	0,011	0,009	0,017	0,015	0,013	0,020	0,022	0,017
Инфляция, Волго-Вятский МР	0,021	0,022	0,024	0,022	0,024	0,029	0,021	0,023	0,029	0,022	0,029	0,034
ВРП, Волго-Вятский МР	0,026	0,023	0,023	0,037	0,029	0,028	0,048	0,041	0,040	0,059	0,057	0,056
Реальная з/п, Волго-Вятский МР	0,027	0,025	0,022	0,046	0,038	0,034	0,075	0,058	0,057	0,092	0,080	0,099
Зарубежная инфляция	0,004	0,005	0,005	0,005	0,006	0,006	0,005	0,007	0,008	0,006	0,009	0,011
Зарубежный выпуск	0,020	0,024	0,023	0,025	0,034	0,032	0,025	0,042	0,039	0,025	0,053	0,046

Примечание. RMSE рассчитаны на основе 24 кварталов (I квартал 2020 – IV квартал 2025 г.). Исключение: инвестиции и зарубежный выпуск (22 квартала I квартал 2020 – II квартал 2025 г.).

Источник: расчеты авторов.

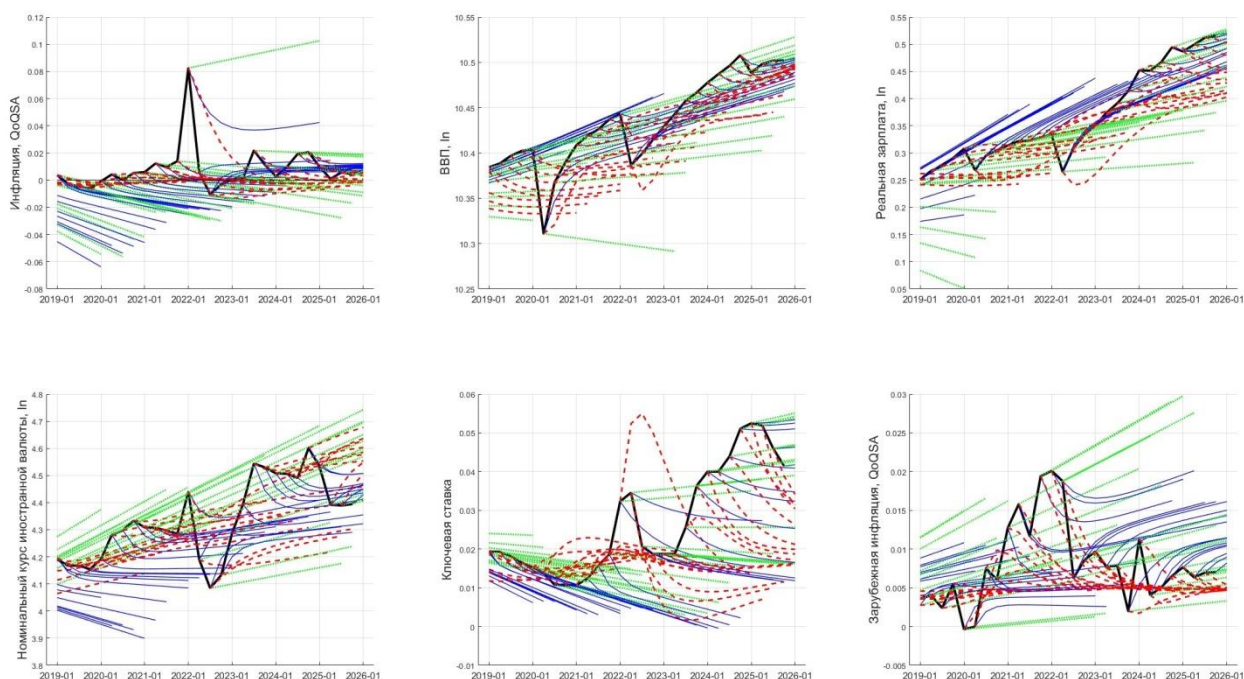
Результаты расчетов показывают, что статистические модели уже не имеют преимущества перед DSGE-моделью (MARS-моделью). При прогнозировании инфляция в РФ, ВВМП, за рубежом, ВВП, зарубежного выпуска, номинального курса иностранной валюты MARS имеет преимущество перед статистическими моделями практически на всех горизонтах. Ключевая ставка, реальная з/п, инвестиции, ВРП и з/п ВВМП прогнозируется структурной моделью хуже, чем статистические модели.

Рассмотрим подробнее природу ошибок DSGE-модели. На рис. 19 (и рис. П22 в Приложении 3) изображены out-of-sample прогнозы на основе трех моделей. В данном случае ориентация DSGE-модели на таргет 4% дает ей преимущество перед статистическими моделями – оценки тренда инфляции, сделанные в разных кварталах, показывают очень различающиеся результаты, в результате чего ошибка прогноза инфляции (общей, региональной, зарубежной) для AR1- и RW-моделей становятся выше, чем у DSGE для всех горизонтов прогнозирования.

Правило Тейлора в 2020 г. и 2022–2025 гг. плохо предсказывает динамику ставки, что обеспечивает преимущество более гибких статистических моделей при прогнозировании ключевой ставки. Это дает возможность подумать над усовершенствованием правила ДКП.

Реальная з/п России, з/п и ВВП ВВМР, а также инвестиции сильно зависят от динамических свойств шоков. Период 2022–2025 г. с более персистентными, чем на историческом диапазоне шоками, сильно снизил прогнозную силу структурных моделей по данным переменным. Для динамики з/п данное свойство шоков усилилось прогнозом по сдвигу долгосрочного тренда з/п (вниз) за счет перманентных фискальных шоков.

Рис. 19. Out-of-sample прогнозы на основе трех моделей: MARS (красный); AR1 (синий); RW (зеленый).



Примечание. Факт (черный).

Перманентные шоки призваны купировать проблему недооценки персистентности шоков, однако их оценка в реальном времени затруднена (информация о них учитывается в данных постепенно), а их состав ограничен. Например, данные показывают, что перманентные шоки для инвестиций и регионального выпуска могли бы улучшить прогнозные свойства MARS в период 2022–2025 года.

Проведенные расчеты демонстрируют хорошо известные в литературе проблемы в макроэкономическом прогнозировании в период структурных сдвигов. Однако усиленная перманентными шоками структурная модель в целом позволяет сформировать более адекватную макроэкономическую картину и сомнений в пользу структурного моделирования в турбулентной среде не возникает: DSGE-модель позволяет постепенно и контролируемо корректировать ошибки идентификации и прогнозирования за счет подстройки структуры экономики.

Продвинутая аналитика на основе оцененной DSGE модели

В этом разделе мы проделаем несколько упражнений продвинутой аналитики, которые помогают в принятии решений по ДКП. Для начала обсудим перманентные компоненты переменных: выпуска, реальной з/п и ставки процента. Затем – декомпозицию региональных переменных. В конце зададимся вопросом о вкладе шоков, объясняющих неоднородность и их роли для ДКП.

Перманентные компоненты переменных

Мы предполагаем, что в модели, кроме детерминистических трендов эндогенных переменных, присутствуют стохастические тренды, которые определяются перманентными шоками u_t . Перманентные шоки определяют I(1) компоненты эндогенных переменных. Для целей макроэкономического анализа имеет смысл отдельно рассчитать динамику всех эндогенных переменных, которая учитывает как детерминистические, так и стохастические тренды, но не учитывает действие всех временных шоков ε_t , отвечающих за бизнес-цикл. Для такого типа расчетов мы далее используем термин «перманентный» (Canova, 2024), а сами перманентные переменные являются асимптотой для соответствующих эндогенных переменных. Отклонение фактических значений переменных от их перманентной компоненты раскладывается на шоки бизнес-цикла ε_t и является временной (транзиторной) компонентой переменных.

Перманентный ВВП и реальная з/п

Чтобы охарактеризовать динамику перманентного выпуска сначала вернемся к расчету детерминистического тренда. Долгосрочный темп прироста ВВП согласно (156) (в процентах годовых) составляет:

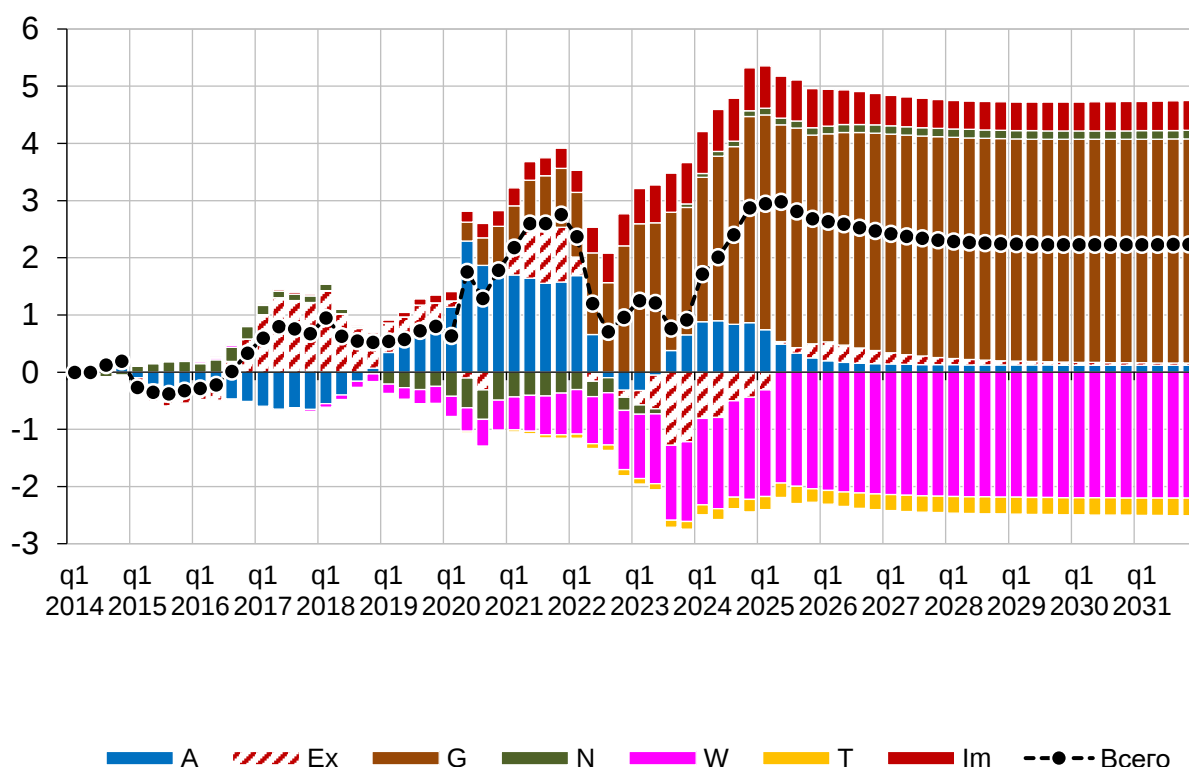
$$g_Y = \frac{g}{\alpha_L} \left(1 + \frac{1 - \sigma}{\sigma + \kappa} \right) + n = \left[\frac{0.00262}{0.66} \left(1 + \frac{1 - 1.276}{1.276 + 1.083} \right) - 0.00014 \right] \cdot 4 \cdot 100\% = 1.346\%$$

Данная величина была получена в результате байесовской оценки долгосрочных темпов прироста TFP, параметров функции полезности д/х и тренда рабочей силы. Основным структурным ограничением оценки является предпосылка о существовании общего тренда ВВП, инвестиций, агрегированного потребления и госрасходов.

В динамике ВВП (рис. 15) также существенную роль играют перманентные шоки. На рис. 20 рассмотрим подробнее вклад каждого из 7 перманентных шоков в динамику ВВП России. До 2022 г. основной вклад вносят перманентные шоки экспорта, а также TFP. После пандемии COVID-19 основным драйвером становятся перманентные шоки госрасходов и TFP (вклад каждого в долгосрочный ВВП до +1%). С 2022 г. произошло изменение структуры экономики, что в терминах долгосрочного ВВП модель разложила на положительные шоки госрасходов и налогов (до +2,5% к ВВП), долгосрочный рост наценки в з/п (до -2% к ВВП), понижение TFP (до -1,5% к ВВП), снижение импорта (до +0,5% к ВВП).

К концу 2025 г. оценка общего влияния на ВВП произошедших после 2022 г. перманентных шоков оказалась близкой к нулю. Определенный вклад в полученный результат дали ограничения на оценку дисперсий перманентных шоков, которые были наложены при оценке модели (см. параграф об особенностях оценки перманентных шоков).

Рис. 20. Вклад перманентных шоков в динамику ВВП России, в % отклонения от детерминистического тренда (1,35% в год)



Примечание. Факт (2014–2025), прогноз (2026–2031).

Трендовый детерминистический темп прироста реальной з/п находится по формуле (153), однако при оценке мы допустили возможность отклонения долгосрочных темпов прироста реальной з/п от структурно обоснованного уровня на величину невязки g_{werr} , которую также оценили байесовским методом. В итоге общая формула расчета (в процентах годовых) имеет вид:

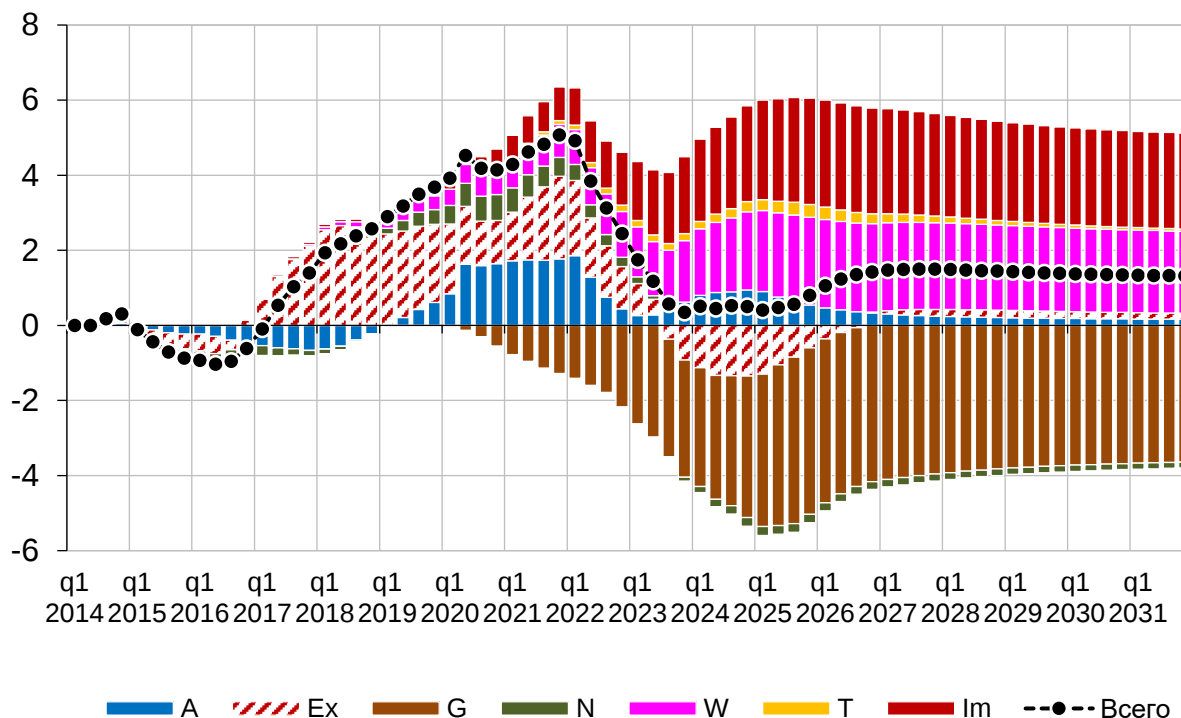
$$g_w = \frac{g}{\alpha_L} + g_{werr} = \left[\frac{0,00262}{0,66} + 0,00215 \right] \cdot 4 \cdot 100\% = 2,448\%$$

Невязка g_{werr} позволяет оставить без структурного объяснения причину того, что согласно статистике реальная з/п растет долгосрочным темпом прироста более высоким, чем требует стандартная неоклассическая модель экономического роста (около 1,6% в год).

Перманентные шоки также оказывают существенное влияние на реальную з/п. На рис. 21 показан вклад динамики данных шоков в перманентную компоненту реальной з/п.

Наиболее принципиальным результатом является значительный отрицательный вклад перманентных шоков госрасходов в долгосрочную з/п (до -2,5% после 2022 г.). Это приводит к значительному отклонению фактической реальной з/п (рис. 16) от своего трендового уровня. Отрицательная долгосрочная реакция реальной з/п на рост госрасходов является основой для положительного эффекта перманентного шока спроса (госрасходов) на долгосрочный выпуск. Этот эффект проявляется через эффект вытеснения частного потребления и роста предельной полезности одной единицы труда для д/х. Это стимулирует д/х увеличить предложение труда (снизить требуемую з/п), а фирмы увеличить объем производства в долгосрочном периоде.

Рис. 21. Вклад перманентных шоков в динамику реальной з/п России, в % отклонения от детерминистического тренда (2,45% в год)



Примечание. Факт (2014–2025), прогноз (2026–2031).

Перманентная и естественная ставки

Для расчета перманентной компоненты ставки используем тот же подход, что и для перманентного выпуска: детерминистическая часть (естественная ставка) плюс вклад перманентных шоков. В модели реальная ставка в детерминистическом стационарном состоянии (естественная ставка) находится на уровне, который удовлетворяет уравнению Эйлера (15) для потребления с учетом растущего выпуска и рабочей силы. В уравнении (16) мы определили скорректированный на темп роста рабочей силы n и выпуска g_Y субъективный межвременной дисконт:

$$\beta_{adj} = \beta \exp(-n - \sigma(g_Y - n)) = 0,995 \cdot \exp[0,00014 - 1,276(0,003366 + 0,00014)] = 0,9907$$

Согласно (17) естественная реальная ставка процента, соответствующая траектории сбалансированного роста и оптимальному поведению д/х (долгосрочная естественная ставка) составит:

$$r = \frac{1 - \beta_{adj}}{\beta_{adj}} \cdot 4 \cdot 100\% = 3,756\%$$

Как мы отмечали выше, скорректированный межвременной дисконт учитывает, что кроме субъективного дисконта будущего существует еще два эффекта. Эффект размера д/х, который снижает долговую нагрузку (если она имеется) на каждого члена д/х, а также

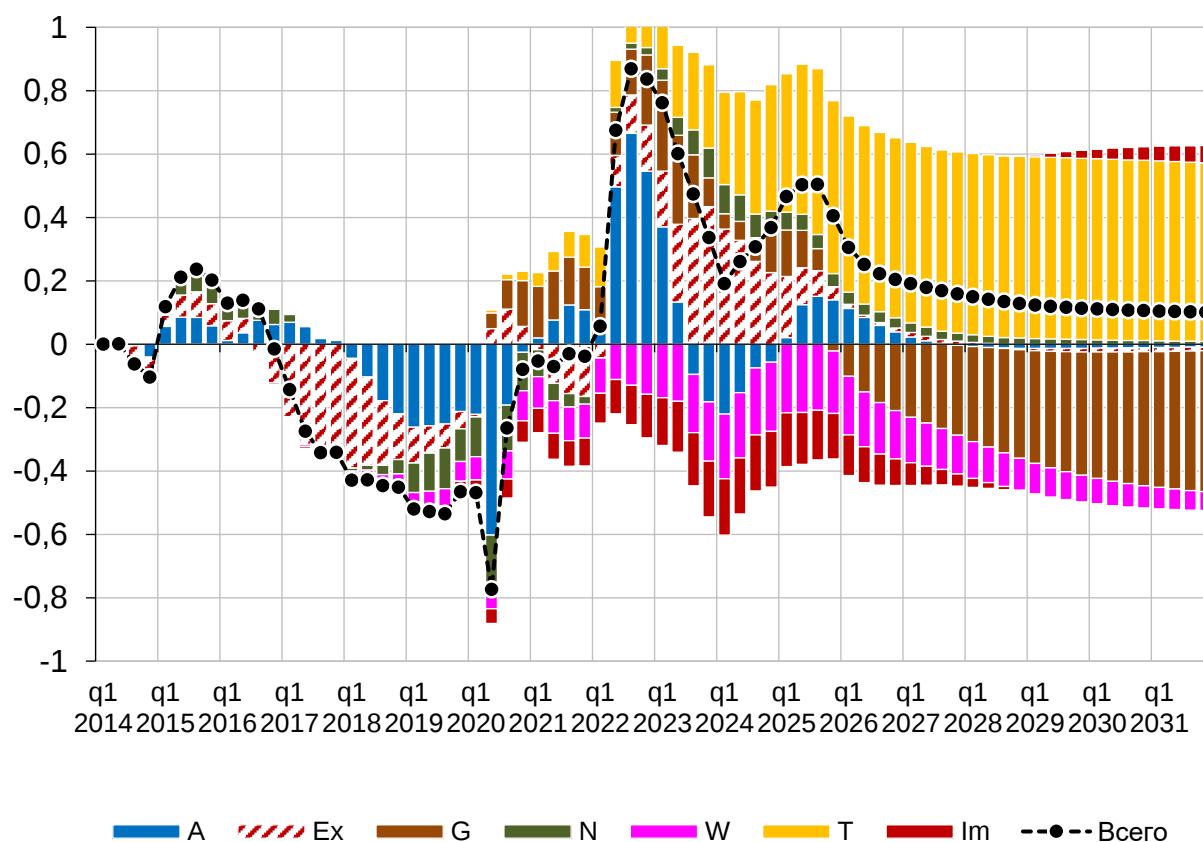
эффект трендового снижения предельной полезности потребления Λ_C , что требует для д/х компенсации в виде более высокой реальной ставки²⁷.

Номинальную долгосрочную естественную ставку мы находим, прибавив ожидаемую долгосрочную инфляцию (таргет 4%) к реальной ставке:

$$i = r + 4\% = 7,756\%$$

В разработанной модели правило Тейлора для ключевой ставки базируется на долгосрочной естественной ставке, а вклад перманентных факторов в ключевую ставку рассчитывается через их влияние на ожидаемую инфляцию. На рис. 22 показана динамика вклада перманентных шоков в ключевую ставку.

Рис. 22. Вклад перманентных шоков в динамику ключевой ставки в % отклонения от стационарного уровня (7,76% годовых)



Примечание. Факт (2014–2025), прогноз (2026–2031).

В 2022 г. перманентная компонента ставка уходит вверх, так как перманентное снижение экспорта через канал курса, а также TFP через канал издержек несколько разогнало инфляцию, что по правилу Тейлора потребовало повышения ключевой ставки. Влияние перманентных шоков на инфляцию не очень велико и их отклик не такой персистентный, как отклик реальных переменных. Модель предсказывает, что сбалансированное расширение государственного бюджета под действием перманентных фискальных шоков создаст небольшой проинфляционный фон (+0,1 п.п. AR) на ближайшие несколько лет. При необходимости держать инфляцию на таргете, это потребует от

²⁷ Мы игнорируем влияние эффекта привычек в потреблении на β_{adj} и предполагаем, что д/х осознает, что уровень «потребления соседа» в долгосрочном периоде тоже растет вместе с его уровнем.

монетарных властей держать ключевую ставку чуть выше, чем долгосрочный естественный уровень, что можно интерпретировать как повышение среднесрочного уровня нейтральной [к инфляции] ставки.

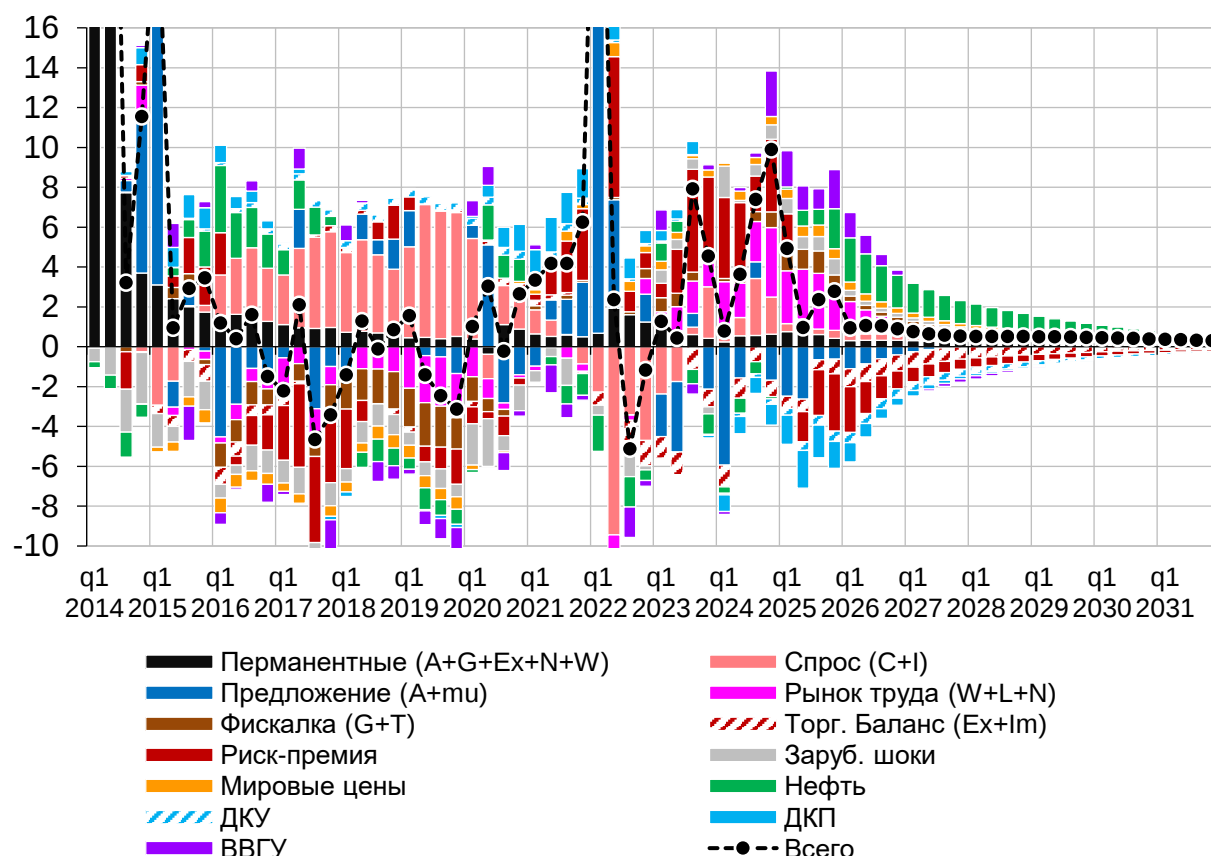
В духе формулы Aguiar and Gopinath (2007) «тренд генерирует цикл» заметим, что перманентные шоки оказывают влияние на высокочастотную компоненту инфляции и ставки, хотя их вклад в динамику данных переменных относительно невелик (табл. 9).

Региональный макроэкономический анализ

В течение очередного прогнозного раунда (ОПР) каждое Главное управление БР подготавливает среднесрочный прогноз динамики региональных макроэкономических переменных. Эффекты перелива между секторами и регионами делают процессы в любом макрорегионе связанными с остальной частью РФ, то есть интегрируют макрорегион в общую экономическую структуру. Разработанная DSGE-модель была изначально заточена на решение данной задачи, поэтому ниже мы лишь сконцентрируемся на некоторых особенностях прогнозирования региональных макрорядов.

На рис. 23 показана декомпозиция инфляции Волго-Вятского МР на структурные шоки вместе с прогнозом до 2031 года. Если сравнить данную декомпозицию с аналогичной декомпозицией для России (рис. 14), то можно заметить, что качественные выводы о вкладе различных факторов в инфляционную динамику не меняются. Роль региональных шоков в объяснении региональной инфляции оказывается также невелика (хотя и чуть выше, чем для общестрановой инфляции). Во-первых, фактическая инфляция региона и страны в целом различается незначительно, что не дает значительного повода предполагать действие каких-либо региональных или отраслевых шоков. Во-вторых, другие типы неоднородности, характерные для Волго-Вятского МР, частично помогают объяснить наблюдаемые отклонения региональной инфляции от общестрановой: более низкий процент добывающих отраслей и более высокий процент д/х группы нерикарданских агентов. Близость региональной и общестрановой инфляции повышает значимость анализа региональных инфляционных тенденций, который может быть частично экстраполирован на страну в целом. В вопросе о том, какая инфляция для принятия решения важнее: региональная или агрегированная никакой неясности нет: региональные монетарные власти должны всегда ориентироваться на российскую инфляцию, используя особенности регионального бизнес-цикла лишь как дополнительную информацию для выработки решения по ДКП для страны в целом.

Рис. 23. Декомпозиция инфляции Волго-Вятского МР, п.п. QoQSAAR в отклонениях от таргета (4%)



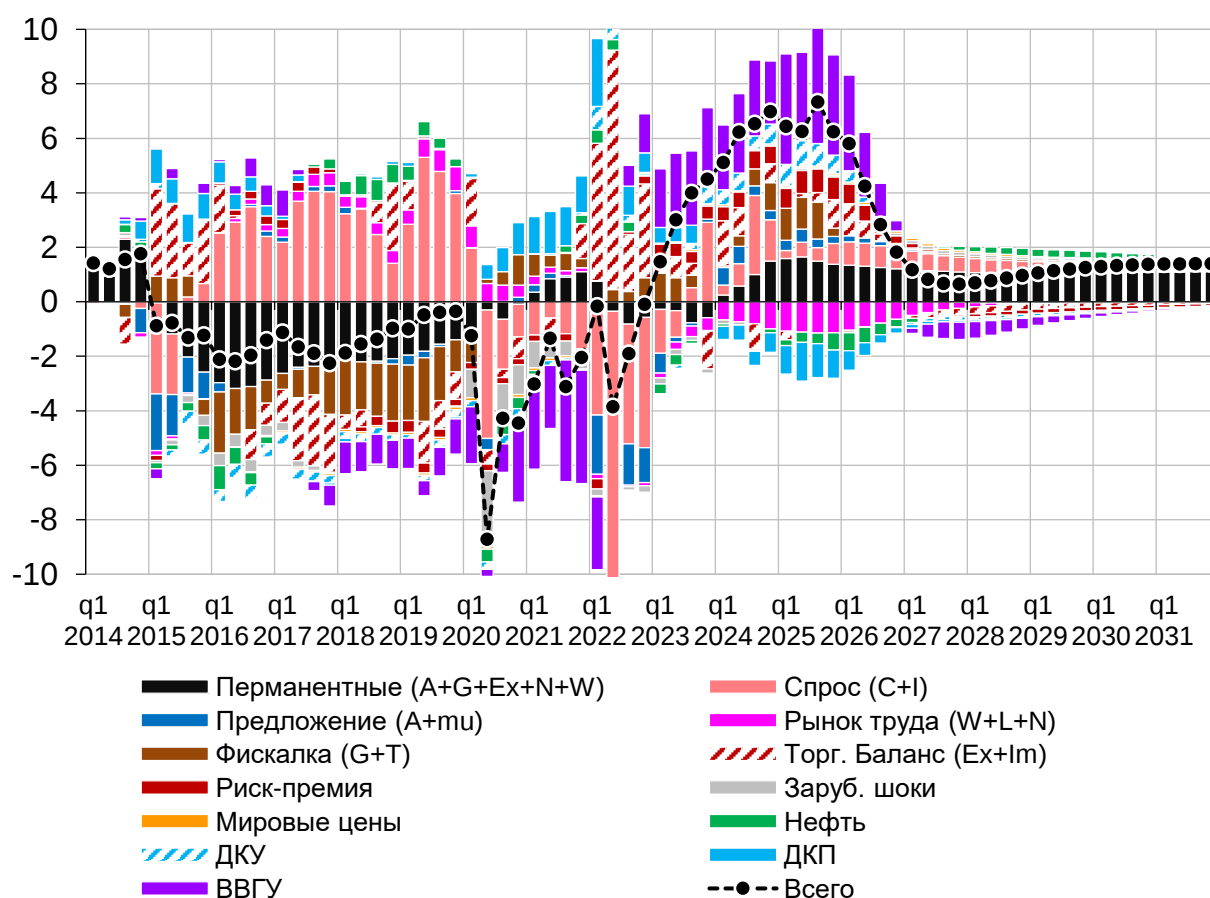
Примечание. Факт (2014–2025), прогноз (2026–2031).

Далее рассмотрим динамику валового регионального продукта Волго-Вятского МР. На рис. 24 приведена декомпозиция ВРП на структурные шоки и прогноз до 2031 года. Вклад региональных шоков в динамику ВРП оказался гораздо более существенным, чем у региональной инфляции. Аналогичный вывод можно сделать для реальной з/п (рис. 25). После 2022 г. региональный выпуск и региональная з/п растут сильнее, чем в России в целом, что модель относит на действие региональных шоков (в основном на стороне спроса $\varepsilon_{\beta VVt}$)²⁸. Так же, как для ВВП России (рис. 15), в региональном выпуске отрицательный вклад жесткой ДКП в выпуск в значительной мере гасится положительным вкладом достаточно низких (для наблюдаемой ключевой ставки) ставок по кредитам. Это косвенным²⁹ образом свидетельствует о снижении эффективности ДКП после 2022 г. в условиях фискального доминирования.

²⁸ Выбранный способ расчета регионального ряда госрасходов не позволяет в явном виде обработать априорное представление о вкладе госсектора в динамику ВРП и реальной з/п в ВВМР, поэтому модель относит ее на латентные шоки частного регионального спроса.

²⁹ Этот механизм связи эффективности ДКП с фискальной политикой в явном виде в модели отсутствует.

Рис. 24. Декомпозиция выпуска Волго-Вятского МР, в % отклонения от детерминистического тренда (1,35% в год)

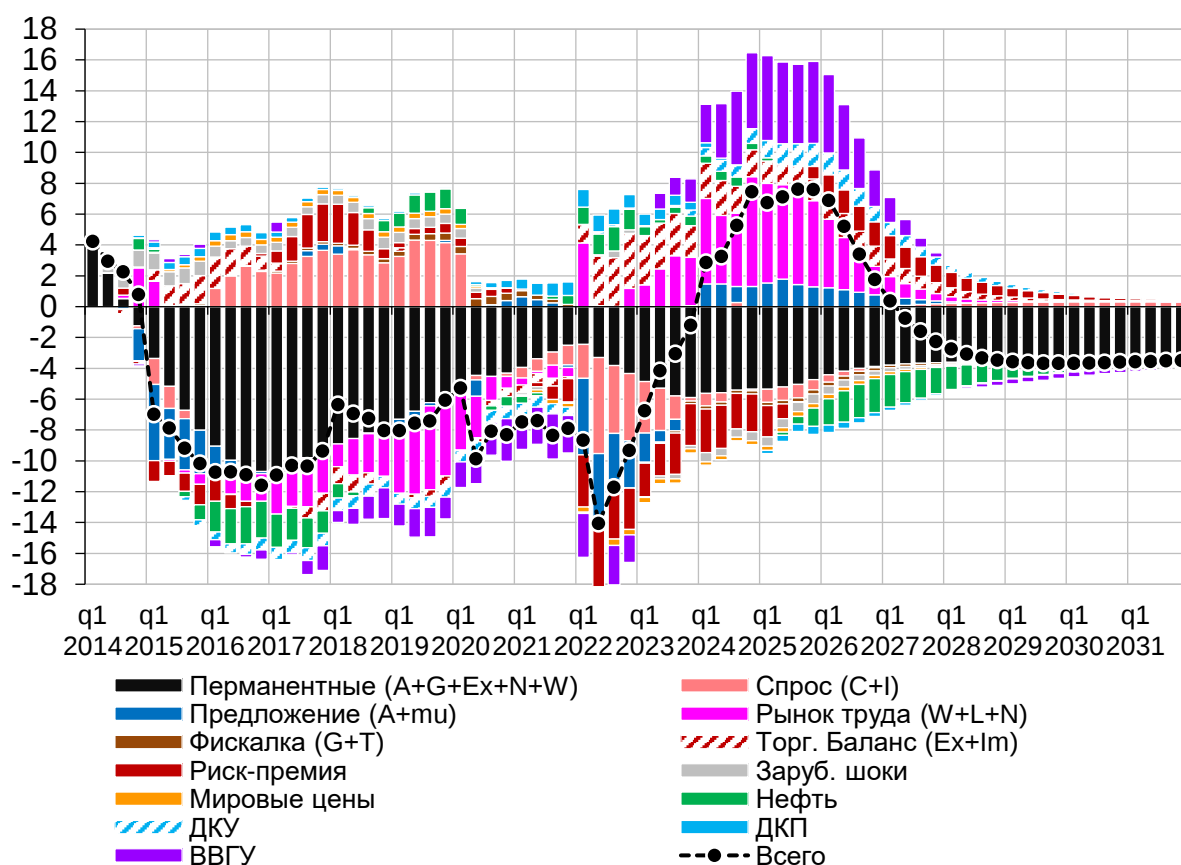


Примечание. Факт (2014–2025), прогноз (2026–2031).

Рынок труда Волго-Вятского МР оказался более напряженным (в терминах разрыва спроса и предложения), по сравнению с Россией в целом (рис. 16). Модель способна это учесть в той мере, в какой эта напряженность трансформируется в более высокую реальную з/п. Основное объяснение динамики региональной и общестрановой з/п связано с шоками, создающими обратную корреляцию выпуска и реальной з/п: шоками монополистической наценки на з/п и шоками рабочей силы. Шоки монополистической наценки на з/п отвечают за тот рост реальной з/п, который не следует из законов поведения д/х на основе максимизации полезности. Эти шоки в прогнозе вносят существенный вклад в рецессию, которая может последовать после прекращения действия факторов, создавших перегрев.

Более сильный рост реальной з/п и выпуска не оказывает заметного эффекта на региональную инфляцию потому, что, во-первых, торгуемые блага распространяемые в регионе произведены не только в данном регионе, но и в других регионах; во-вторых, высокая зарплата д/х региона тратится не только в данном регионе, но и в других. То есть два эффекта *spill-over* (через рынок благ и рынок труда) помогают объяснить слабый перенос высокого разрыва выпуска и зарплат в региональную инфляцию, другими словами маленький наклон региональной кривой Филлипса.

Рис. 25. Декомпозиция реальной з/п Волго-Вятского МР, в % отклонения от детерминистического тренда (2,45% в год)



Примечание. Факт (2014–2025), прогноз (2026–2031).

Вклад шоков неоднородности в динамику переменных

Для оцененных параметров модели, а также дисперсий структурных шоков рассчитаем декомпозицию дисперсий ключевых переменных на группы шоков. В этот раз сделаем акцент на шоки, создающие неоднородность: региональные, секторальные и агентские. Укрупним остальные группы шоков до: внутренние общие, перманентные, валютного рынка, внешние и монетарной политики.

Табл. 9. Вклад групп шоков в дисперсию инфляции России, %

Кварталы, количество	1	4	8	12	16	20
Внутренние общие	78,4	77,9	75,8	74,5	74,0	73,7
Перманентные	0,4	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
Валютного рынка	12,4	13,0	14,5	15,3	15,8	15,9
Внешние	4,5	4,9	5,6	6,0	6,2	6,3
Монетарной политики	0,7	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
Региональные	1,7	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9
Секторальные	1,9	1,3	1,2	1,2	1,2	1,2
Агентские (д/х)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Сумма	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
Шоки неоднородности, всего	3,7	3,2	3,2	3,1	3,1	3,1

Источник: расчеты авторов.

Основной вклад в динамику инфляции вносят внутренние общие шоки от 78% для 1 квартала до 73% в 20 квартале. Шоки неоднородности, как, впрочем, и остальные группы шоков, на общестрановую инфляцию оказывают незначительное воздействие. На наш взгляд, вклад внутренних факторов в данном расчете преувеличен. Во-первых, модель оценивалась, чтобы лучше описывать динамику на конце диапазона, что привело к тому, что в начале диапазона оценки, во-первых, оказался недооцененным эффект переноса валютного курса в цены; во-вторых, понадобились дополнительные внутренние шоки, чтобы объяснить динамику реальных переменных около согласованных трендов. Вклад шоков монетарной политики в инфляцию, во-первых, несколько занижен за счет того, что сила ДКП для начала диапазона несколько занижена (завышена жесткость цен, чтобы лучше соответствовать динамике бизнес-цикла после 2020 г.); во-вторых, не полностью отражает вклад стабилизационной ДКП в бизнес-цикл, так как не учитывает предсказуемую динамику ключевой ставки; в-третьих, занижен для периода 2022–2025 г. (см., например, рис. 14).

В табл. 10 приведен расчет вкладов групп структурных шоков в дисперсию региональной инфляции.

Табл. 10. Вклад групп шоков в дисперсию инфляции Волго-Вятского МР, %

Кварталы, количество	1	4	8	12	16	20
Внутренние общие	76,8	76,8	74,7	73,4	72,9	72,6
Перманентные	0,4	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4
Валютного рынка	12,3	13,0	14,5	15,4	15,8	16,0
Внешние	4,5	4,9	5,6	6,0	6,2	6,3
Монетарной политики	0,7	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
Региональные	3,6	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0
Секторальные	1,8	1,3	1,2	1,1	1,1	1,1
Агентские (д/х)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Сумма	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
Шоки неоднородности, всего	5,5	4,3	4,2	4,2	4,2	4,2

Источник: расчеты авторов.

Вклад региональных шоков несколько увеличился, но все еще остается на достаточно низком уровне по сравнению с общими шоками, что еще раз подтверждает наши предыдущие рассуждения о том, что региональная инфляция в большинстве своем определяется общими факторами.

В табл. 11 и 12 приведены вклады групп шоков в дисперсию ВВП России и ВРП Волго-Вятского МР соответственно. С точки зрения выпуска существенную роль начинают играть шоки валютного рынка: ситуация с экспортом, импортом и валютным курсом. Роль шоков неоднородности относительно невелик и находится в районе 4%.

Табл. 11. Вклад групп шоков в дисперсию ВВП России, %

Кварталы, количество	1	4	8	12	16	20
Внутренние общие	42,7	47,4	46,1	44,0	42,0	40,1
Перманентные	4,9	8,5	13,3	17,4	21,0	24,2
Валютного рынка	46,1	37,7	34,6	32,8	31,5	30,2
Внешние	1,1	1,1	1,0	1,0	1,1	1,1
Монетарной политики	1,1	1,0	1,0	0,9	0,9	0,9

Региональные	3,5	3,6	3,3	3,1	2,9	2,8
Секторальные	0,5	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
Агентские (д/х)	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
Сумма	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
Шоки неоднородности, всего	4,2	4,3	4,0	3,8	3,6	3,5

Источник: расчеты авторов.

В региональном выпуске вклад шоков неоднородности (прежде всего региональных) оказывается выше: 9–10%. При этом в 2023–2025 гг. роль региональных шоков в объяснении перегрева экономики Волго-Вятского МР оказывается очень существенной. Все это может свидетельствовать о том, что в 2022 г. возникли предпосылки для увеличения роли неоднородности в объяснении региональной и агрегированной динамики переменных. При этом представленная модель не в полной мере позволяет улавливать данный вклад: основной срез значимой для исследования неоднородности проходит не по линиям конкуренции, ценообразования и наличия зарубежной конкуренции, а по степени связи с фискальным блоком, который не раскрыт в модели. Развитие модели в данном направлении является перспективным направлением ее дальнейшего усовершенствования.

Табл. 12. Вклад групп шоков в дисперсию ВРП Волго-Вятского МР, %

Кварталы, количество	1	4	8	12	16	20
Внутренние общие	39,4	43,0	41,8	40,0	38,2	36,7
Перманентные	4,7	7,9	12,5	16,4	19,9	23,0
Валютного рынка	44,7	35,8	33,1	31,5	30,2	29,1
Внешние	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
Монетарной политики	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8
Региональные	8,5	10,7	10,0	9,6	9,2	8,8
Секторальные	0,4	0,5	0,6	0,6	0,5	0,5
Агентские (д/х)	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
Сумма	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
Шоки неоднородности, всего	9,1	11,3	10,7	10,2	9,8	9,4

Источник: расчеты авторов.

Наконец, рассмотрим роль групп шоков в объяснении дисперсии ключевой ставки в оцениваемый период.

Вклад шоков неоднородности в объяснении дисперсии ключевой ставки также невелик (около 2,5%). Перманентные шоки обычно не вносят существенного вклада в динамику ставки, хотя в период после 2022 г. их вклад стал существенно выше.

В Приложении 4 приведены декомпозиции реальной з/п России и Волго-Вятского МР, а также реального курса иностранной валюты.

Табл. 13. Вклад групп шоков в дисперсию ключевой ставки, %

Кварталы, количество	1	4	8	12	16	20
Внутренние общие	49,0	65,8	62,6	59,7	58,3	57,8
Перманентные	0,2	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3

Валютного рынка	8,4	14,0	18,3	20,8	21,9	22,4
Внешние	3,1	5,5	7,4	8,5	9,0	9,2
Монетарной политики	37,5	12,1	8,9	8,2	7,9	7,8
Региональные	1,2	1,8	2,0	2,0	2,0	2,0
Секторальные	0,7	0,6	0,5	0,5	0,5	0,5
Агентские (д/х)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Сумма	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
Шоки неоднородности, всего	1,8	2,4	2,5	2,5	2,5	2,4

Источник: расчеты авторов.

Заключение

Работа посвящена разработке DSGE-модели типа KANK с тремя типами неоднородности: агентской (д/х), региональной и отраслевой. Основной вклад работы видится в практической плоскости: разработанная модель может применяться в нескольких режимах, в зависимости от того, какой тип неоднородности находится в фокусе исследователя. Мы показали результаты оценки модели для регионального фокуса: когда требуется проведение регионального макроэкономического анализа для целей поддержки ДКП. Этот практический кейс мы сделали основным: модель работает в режиме двух регионов: фокусный регион (в работе Волго-Вятский МР) и остальная Россия. Мы оценили модель байесовским методом и провели ряд проверок модели на адекватность: рассчитали ключевые эластичности и чувствительности модели при возникновении тех или иных шоков; проанализировали основные функции импульсного отклика; продемонстрировали декомпозицию переменных на шоки для исторического и прогнозного горизонтов; сделали упражнения по in-sample и out-of-sample прогнозированию; сделали декомпозицию дисперсии переменных на шоки. Все эти тесты свидетельствуют об адекватности модели и ее возможности применения для целей среднесрочного прогнозирования при выработке решений по ДКП.

Основные недостатки модели лежат в плоскости избыточной жесткости структуры детерминированного долгосрочного роста. Предпосылка о едином детерминистическом тренде, хотя и придает анализу теоретическую стройность, снижает прогностические свойства модели, а также снижает способность модели объяснять макроэкономическую динамику в начале исторического диапазона (2014–2019 гг.).

Мы проделали несколько полезных упражнений в направлении продвинутой аналитики: рассчитали динамику трендового (перманентного) выпуска и реальной з/п, а также показали, как формируется естественная (долгосрочная) ставка процента. Мы продемонстрировали возможности модели в проведении регионального макроэкономического анализа. Наконец, был проделан расчет вклада шоков неоднородности в дисперсию инфляции, выпуска, ставки для периода 2014–2023 года. Результаты, с одной стороны говорят о том, что роль данных шоков не очень велика, но начиная с 2022 г. роль этих шоков растет и применение разработанной модели для учета роли различных аспектов неоднородности при разработке ДКП может быть полезным. Для того чтобы лучше отразить вклад неоднородности в макроэкономическую динамику после 2022 г. имеет смысл дифференцировать отрасли по интенсивности их взаимодействия с государственным спросом, в том числе через его инвестиционную составляющую.

Литература

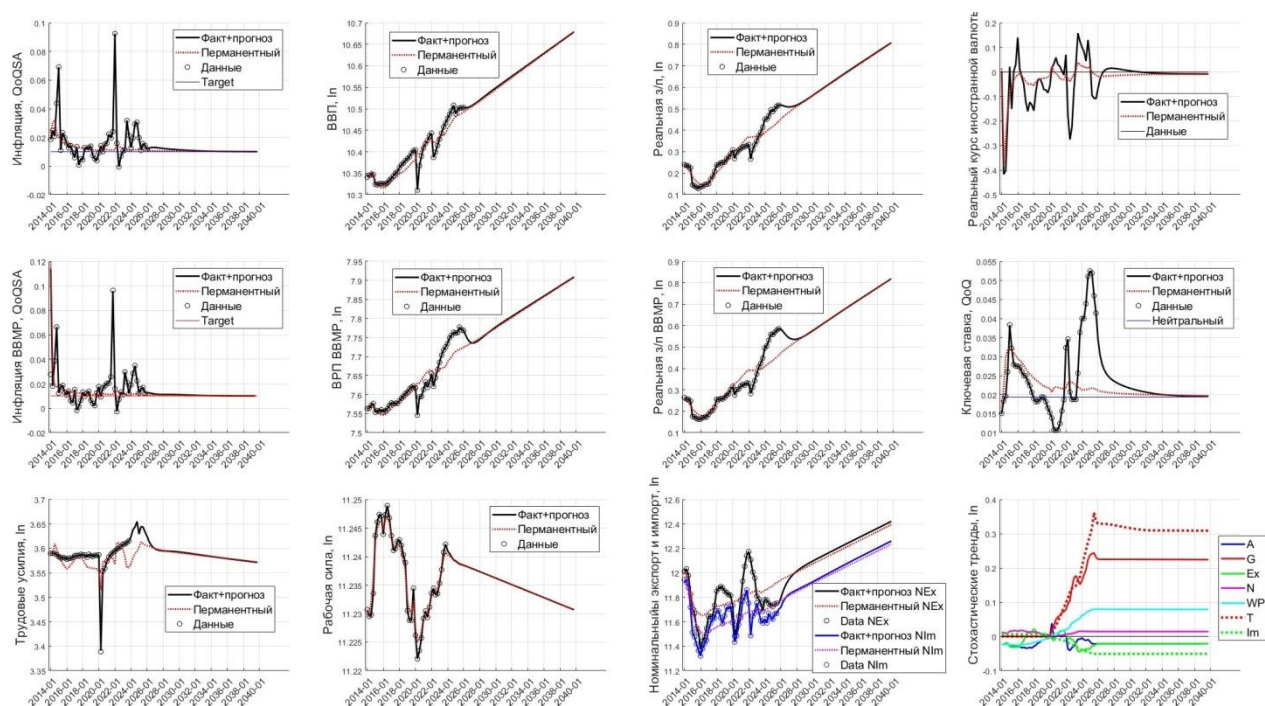
- Андреев, А. (2019). "Исследование асимметрии и нелинейности переноса динамики обменного курса в инфляцию". *Серия докладов об экономических исследованиях Банка России*, № 45
- Вотинов, А., Лазарян, С., Польщикова, Ю. (2023). "Влияние межсекторальной структуры экономики на свойства DSGE-моделей". *Деньги и кредит*, 82(1), С. 32-54.
- Елисеев, А., Новак, А., Шульгин, А. (2023). "Долгосрочный перенос курса в цены". *Деньги и кредит*, 82(2), С. 21-51
- Жураковский В., Новопашина А., Гришин Д., Булыга Е. (2024). "Полуструктурная модель экономики Дальневосточного макрорегиона". *Серия докладов об экономических исследованиях Банка России*, № 127
- Крыжановский, О., Зыков А. (2021). "DEMUR: региональная полуструктурная модель макрорегиона «Урал»". *Деньги и кредит*, 81(4), С. 52-85
- Нёма, М., Новак, А., Федорова, Е., Шульгин, А. (2026). "Факторы пересмотра цен фирмами: что говорят микроданные?". *Деньги и кредит*, (forthcoming)
- Полбин, А. (2017). "Оценка влияния шоков нефтяных цен на российскую экономику в векторной модели коррекции ошибок". *Вопросы экономики*, 4, С. 61–78.
- Нелюбина, А. (2021). "Прогнозирование региональных показателей на основе квартальной прогнозной модели". *Деньги и кредит*, 80(2), С. 50-75
- Шульгин, А. Г. (2014). "Сколько правил монетарной политики необходимо при оценке DSGE-модели для России?" *Прикладная эконометрика*, № 1, С. 3-19
- Шульгин, А., Новак, А., Вихарев, П. (2025). "DSGE-модель с тремя группами домохозяйств". *Журнал Новой экономической ассоциации*, 68(3), С.78-111.
- Aguiar, M., Gopinath G. (2007). "Emerging market business cycle: The trend in the cycle" *Journal of Political Economy*, 115(1), 69-102
- Benigno, P. (2004). "Optimal monetary policy in a currency area." *Journal of International Economics*, 63, 293-320.
- Bilbiie, F. O. (2020). "The New Keynesian model with heterogeneous households." *Journal of Economic Theory*, 186, 104978
- Boyko, V., Kislyak, N., Nikitin, M. and Oborin, O. (2020). "Methods for Estimating the Gross Regional Product Leading Indicator." *Russian Journal of Money and Finance*, 79(3), 3-29.
- Calvo, G. A. (1983). "Staggered prices in a utility-maximizing framework." *Journal of Monetary Economics*, 12(3), 383-398
- Canova, F. (2024). "FAQ: How do I estimate the output gap?" *The Economic Journal*, ueae072.
- Debortoli, D., Gali, J. (2017). "Monetary policy with heterogeneous agents: insights from TANK models." Mimeo, Universidad Pompeu Fabra, Barcelona
- Deryugina, E., Karlova, N., Ponomarenko, A., Tsvetkova, A. (2019) "The role of regional and sectoral factors in Russian inflation developments", 52, 453-474.
- Eskelinen, M. (2021). "Monetary policy, agent heterogeneity and inequality: insights from a three-agent New Keynesian model." *ECB Working Paper*, 2590
- Gabaix X, Maggiori M. (2015). "International Liquidity and Exchange Rate Dynamics." *Quarterly Journal of Economics*, 130 (3), 1369-1420.
- Gali, J., Lopez-Salido, J., Valles, J. (2007) "Understanding the effects of government spending on consumption." *Journal of the European Economic Association*, 5(1), 227-270

- Gelfer, S. (2024).** "Examining business cycles and optimal monetary policy in a regional DSGE model," *Economic Modelling*, 136(C).
- Kaplan, G., Violante, G. L., Weidner, J. (2018).** "Monetary policy according to HANK." *American Economic Review*, 108(3), 697-743
- Napalkov, V., Novak, A., Shulgin, A. (2021)** "Variations in the Effects of a Single Monetary Policy: The Case of Russian Regions." *Russian Journal of Money and Finance*, 80(1), 3-45
- Polbin, A., Shumilov, A., Bedin, A. and Kulikov, A. (2019).** "Modeling Real Exchange Rate of the Russian rouble Using Markov Regime Switching Approach". *Applied Econometrics*, 2019, 55(3), 32–50
- Schmitt-Grohe, S., Uribe, M., (2003).** "Closing small open economy models." *Journal of International Economics*, 61(1), 163-185
- Woodford M. (2001).** "The Taylor Rule and Optimal monetary policy" *The American Economic Review*, 91(2), 232-237
- Yun, T. (1996).** "Nominal rigidities and the dynamic effects of a shock to monetary policy." *Journal of Monetary Economics*, 37(2), 345-373

Приложения

Приложение 1. Данные и прогноз

Рис. П-1. Данные и прогноз



Приложение 2. Функции импульсного отклика

IRF на остальные зарубежные шоки

Рис. П-1. IRF на шок зарубежных межвременных предпочтений ε_{β^*t} (1 ст. откл.)

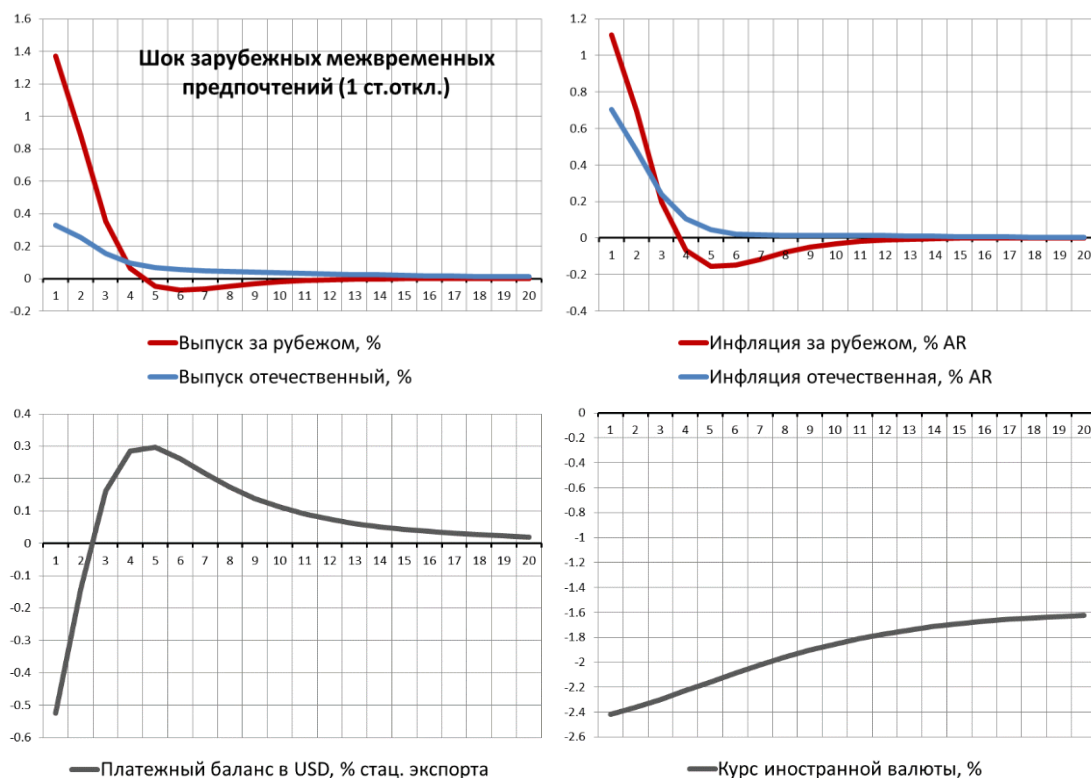


Рис. П-2. IRF на шок зарубежной производительности ε_{A^*t} (1 ст. откл.)

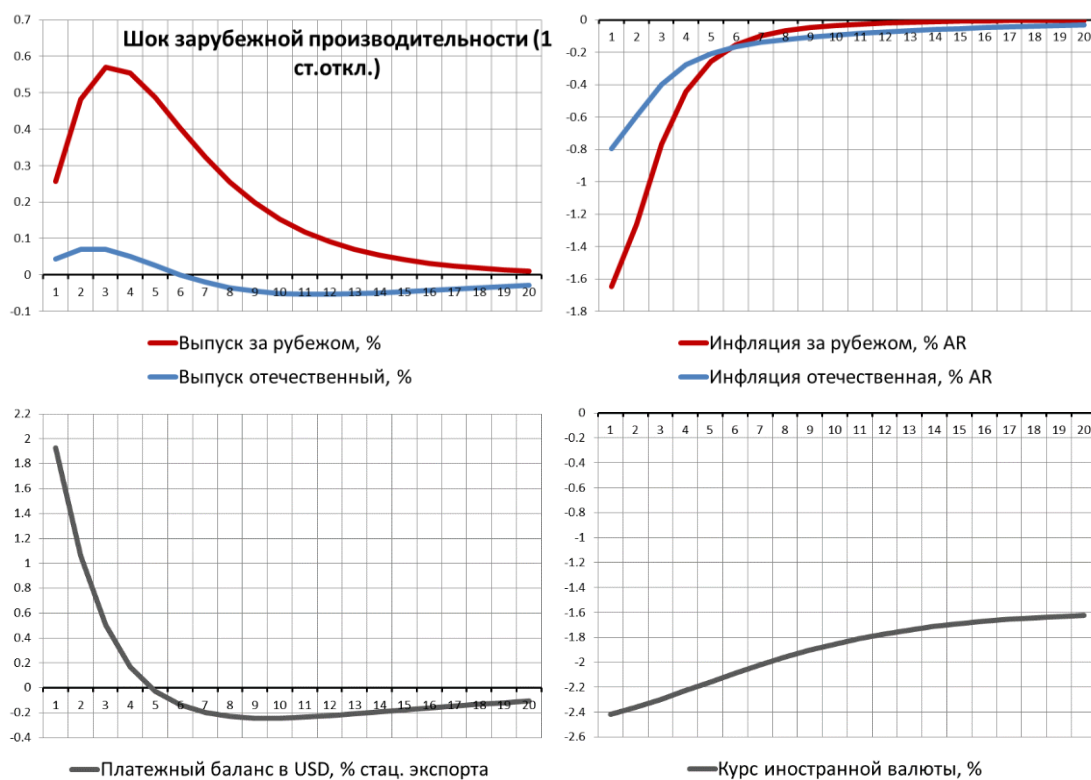
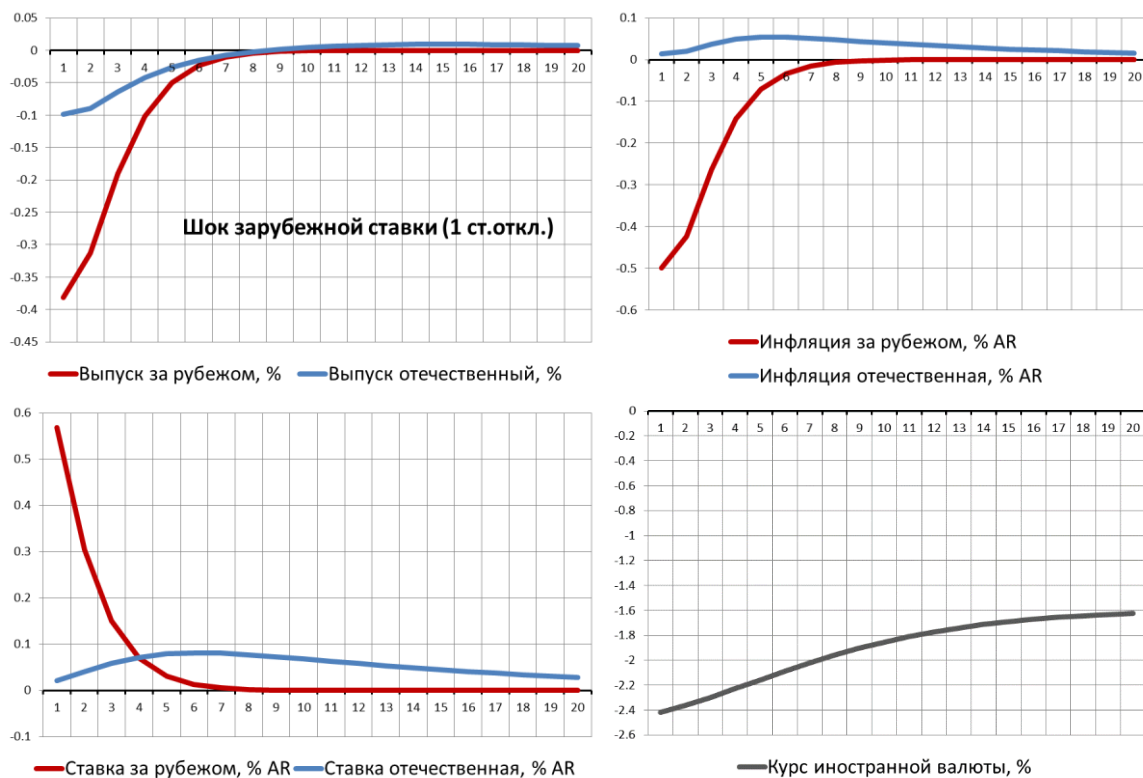


Рис. П-3. IRF на шок зарубежной ставки ε_{i^*t} (1 ст. откл.)



IRF на остальные региональные шоки

Рис. П-4. IRF на шок межвременных предпочтений $\varepsilon_{\beta VVt}$ (региональный, VV, 1 ст. откл.)
VV = БВГУ; RU = остальные регионы России

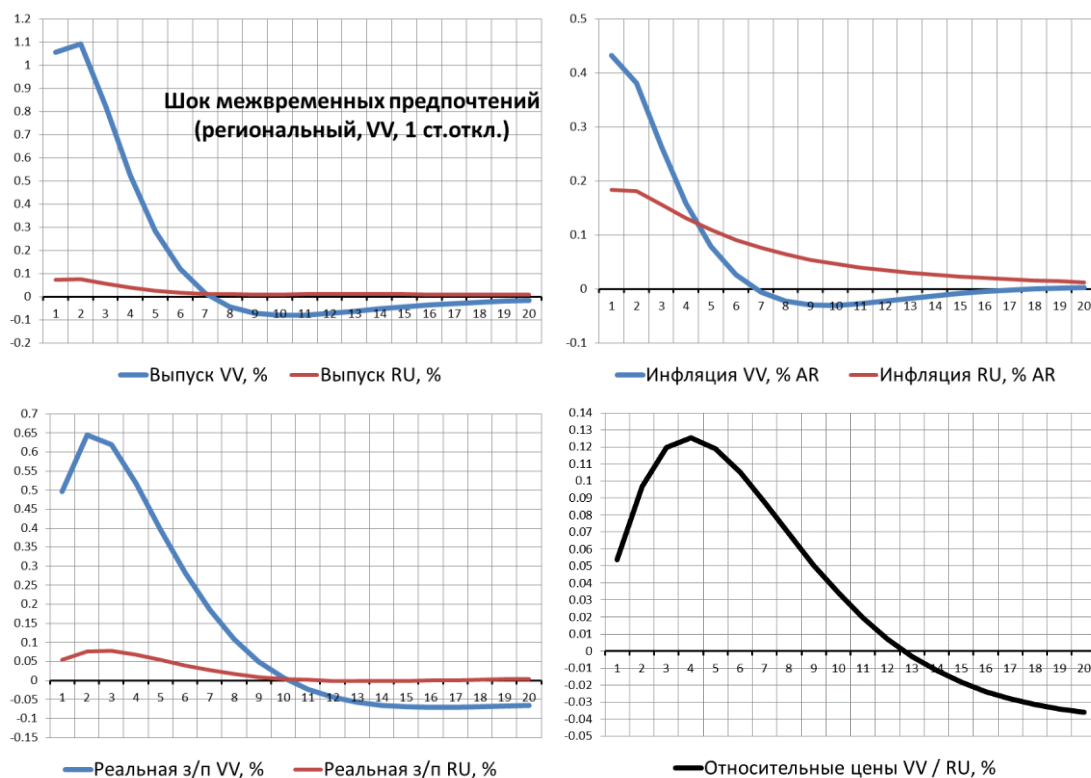


Рис. П-5. IRF на шок монополистической наценки $\varepsilon_{\mu VVt}$ (региональный, VV, 1 ст. откл.)
VV = БВГУ; RU = остальные регионы России

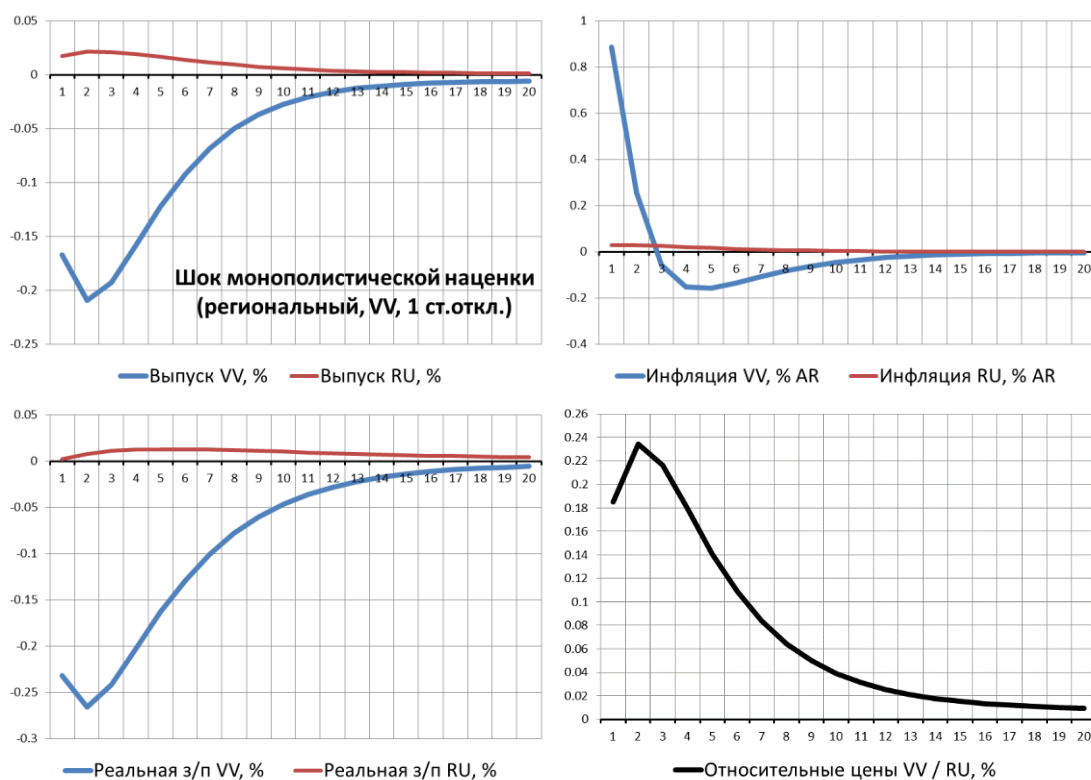


Рис. П-6. IRF на шок монополистической наценки в з/п ε_{WVVt} (региональный, VV, 1 ст. откл.) VV = БВГУ; RU = остальные регионы России

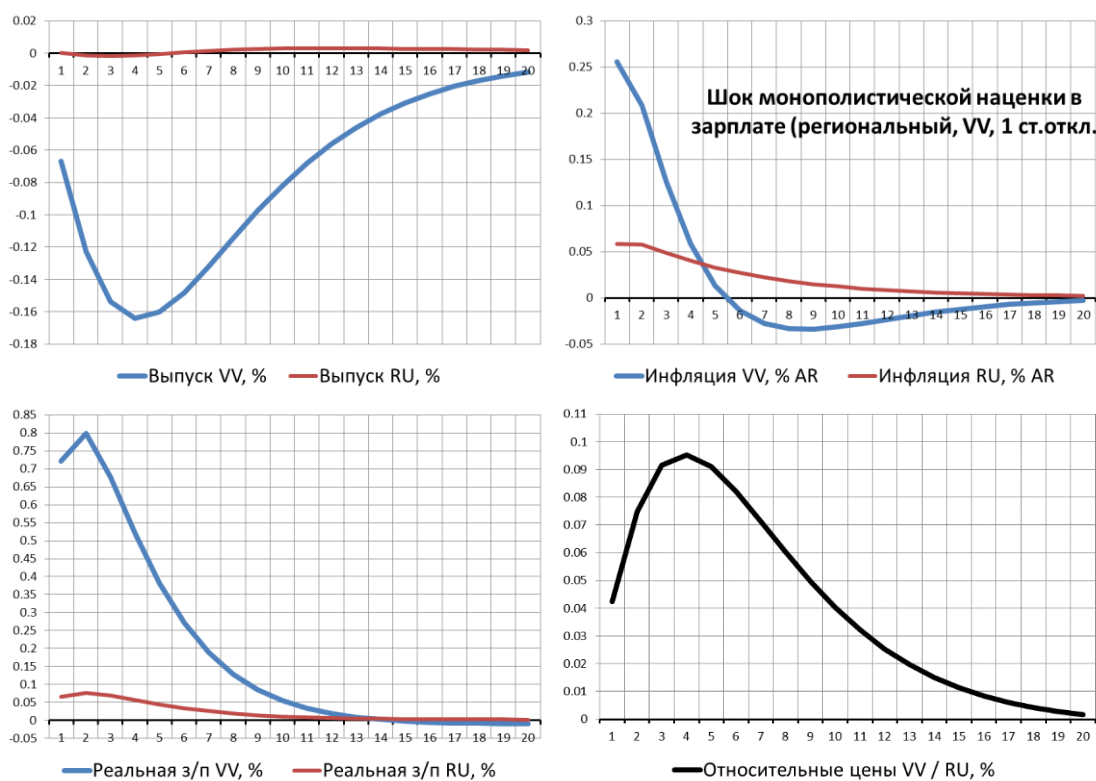


Рис. П-7. IRF на шок госрасходов ε_{GVVt} (региональный, VV, 1 ст. откл.) VV = БВГУ; RU = остальные регионы России

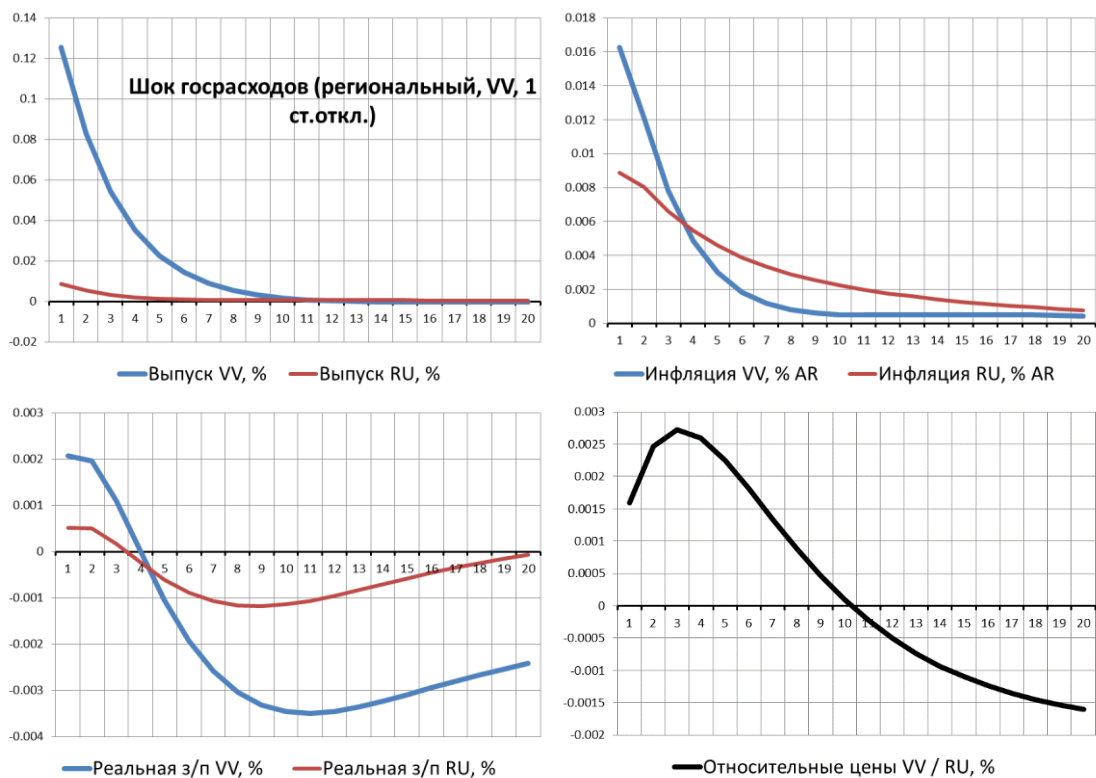


Рис. П-8. IRF на шок кредитной ставки ε_{ivvt} (региональный, VV, 1 ст. откл.) VV = ВВГУ;
RU = остальные регионы России

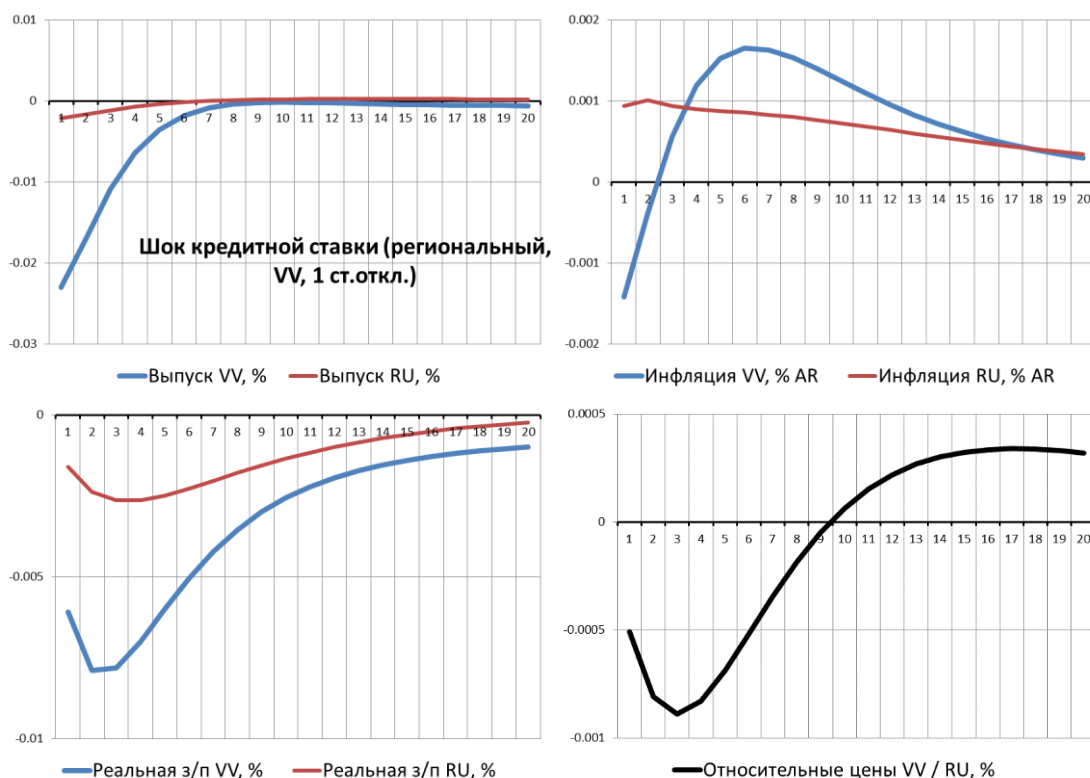


Рис. П-9. IRF на шок монополистической наценки $\varepsilon_{\mu t}$ (1 ст. откл.)

IRF на остальные общие шоки

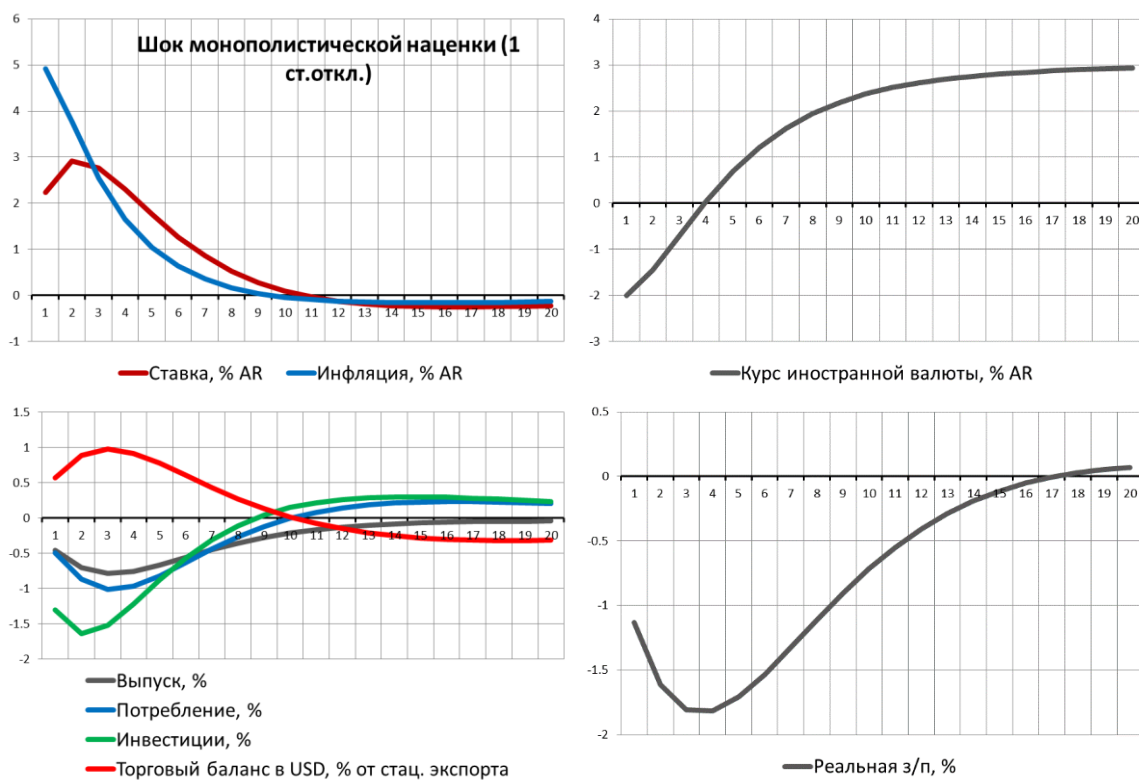


Рис. П-10. IRF на шок ДКП ε_{ikt} (1 ст. откл.)

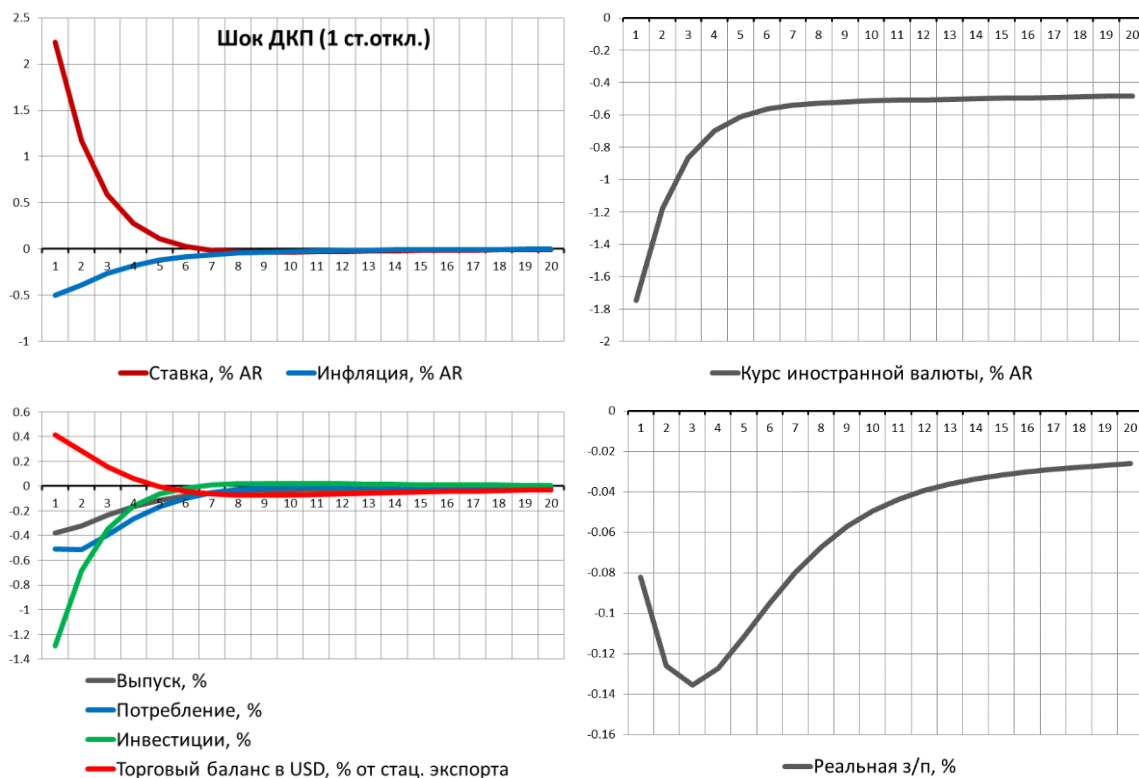


Рис. П-11. IRF на шок внешней премии за риск ε_{rpt} (1 ст. откл.)

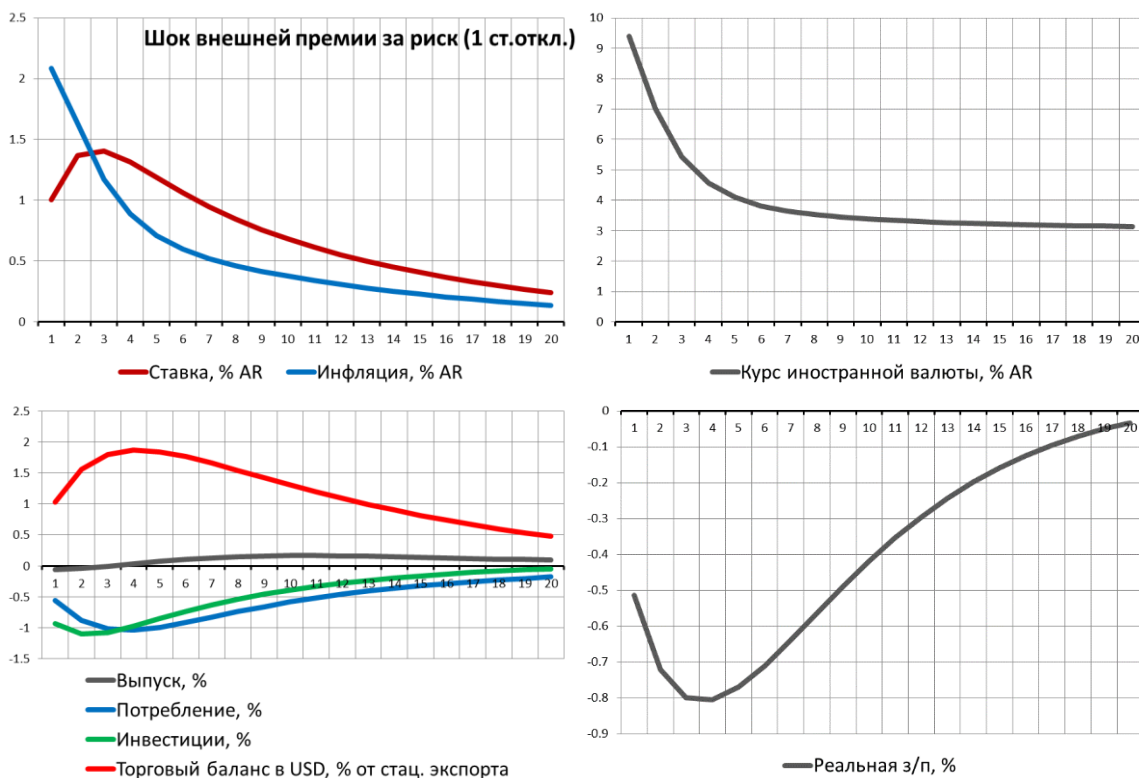


Рис. П-12. IRF на шок монополистической наценки з/п ε_{wt} (1 ст. откл.)

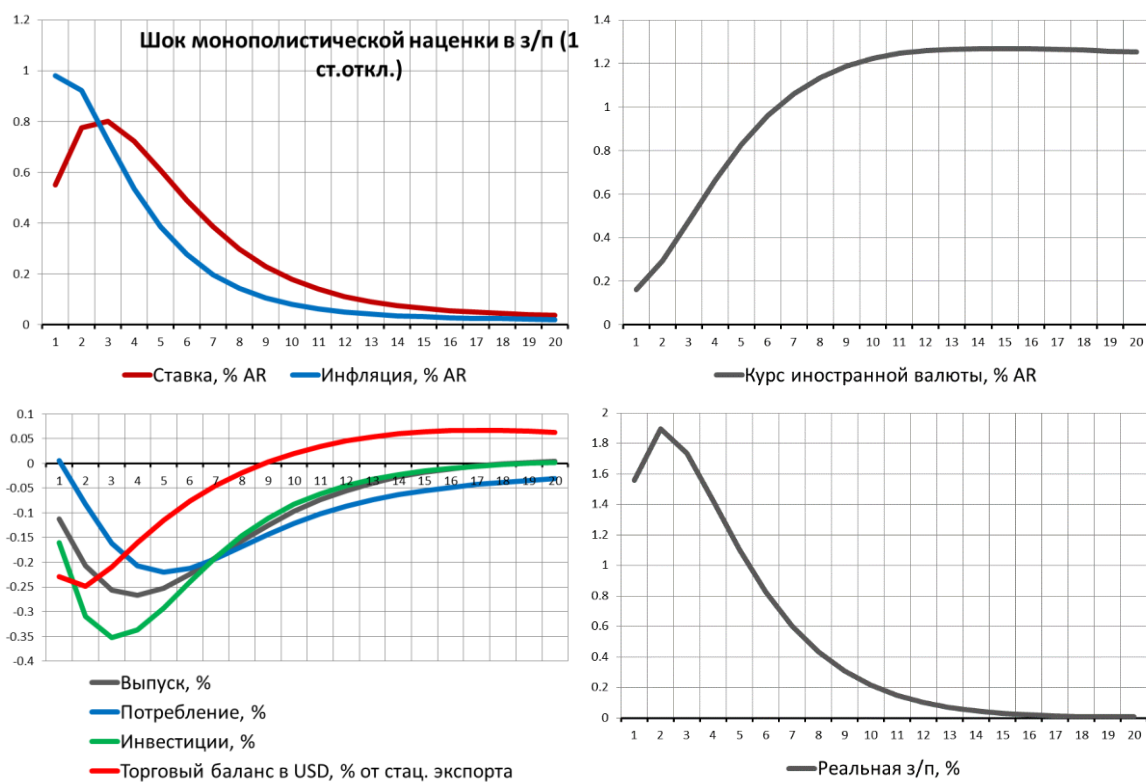


Рис. П-13. IRF на шок эффективности инвестиций ε_{It} (1 ст. откл.)

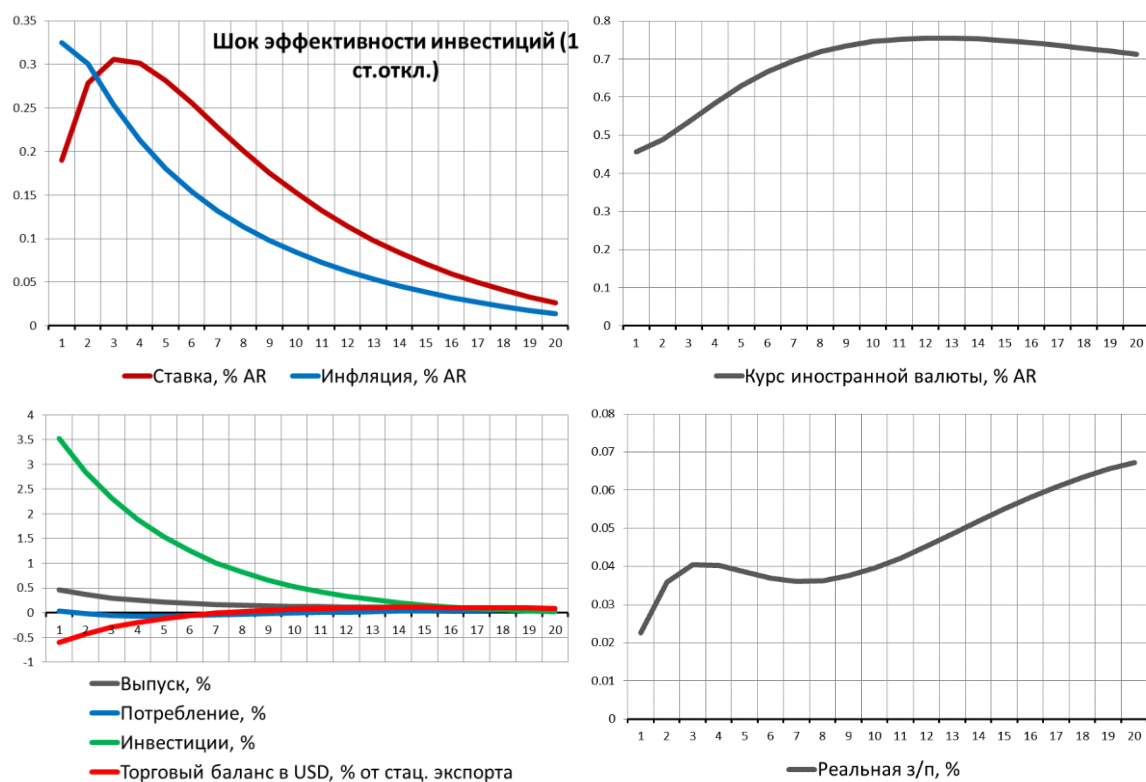


Рис. П-14. IRF на шок госрасходов ε_{Gt} (1 ст. откл.)

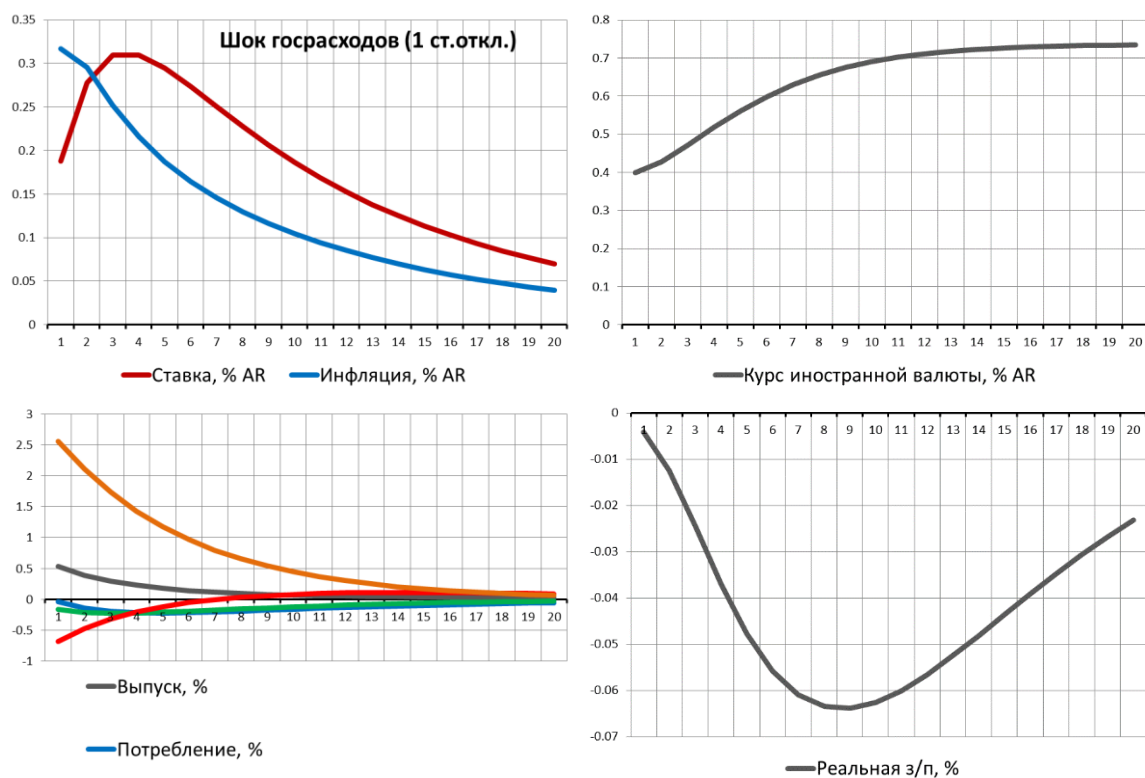
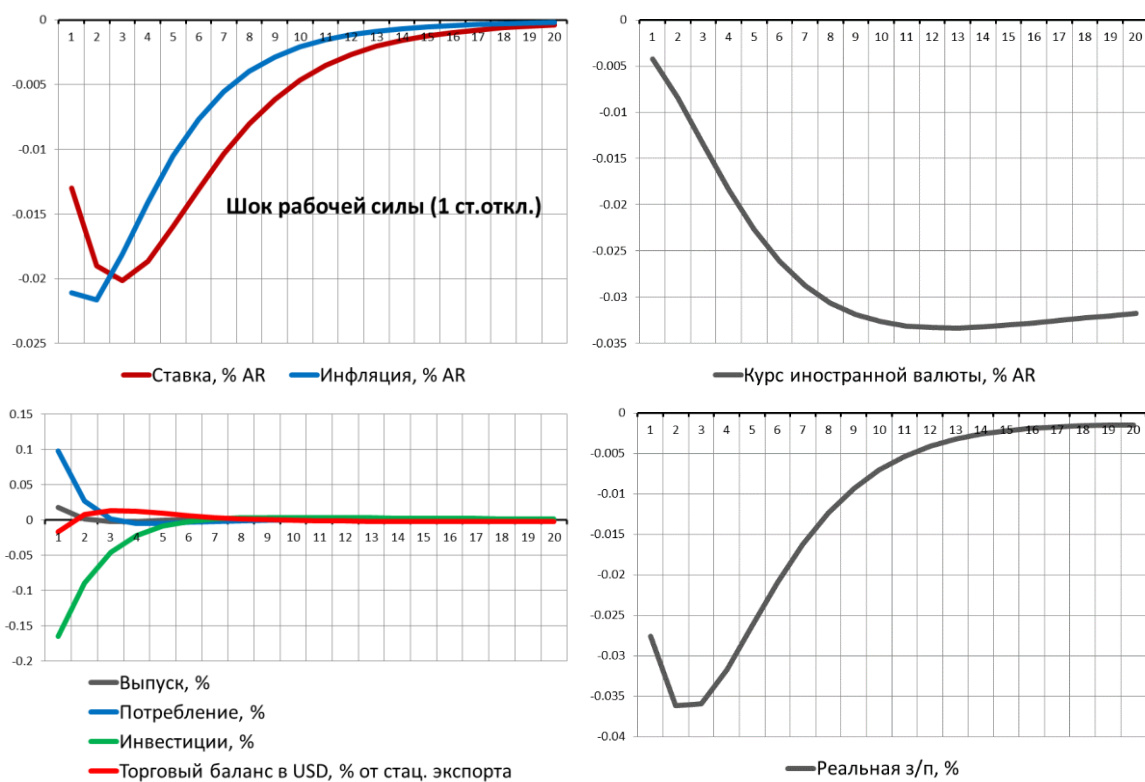


Рис. П-15. IRF на шок рабочей силы ε_{Nt} (1 ст. откл.)



IRF на остальные перманентные шоки

Рис. П-16. IRF на перманентный шок зарплаты v_{Wt} (1 ст. откл.)

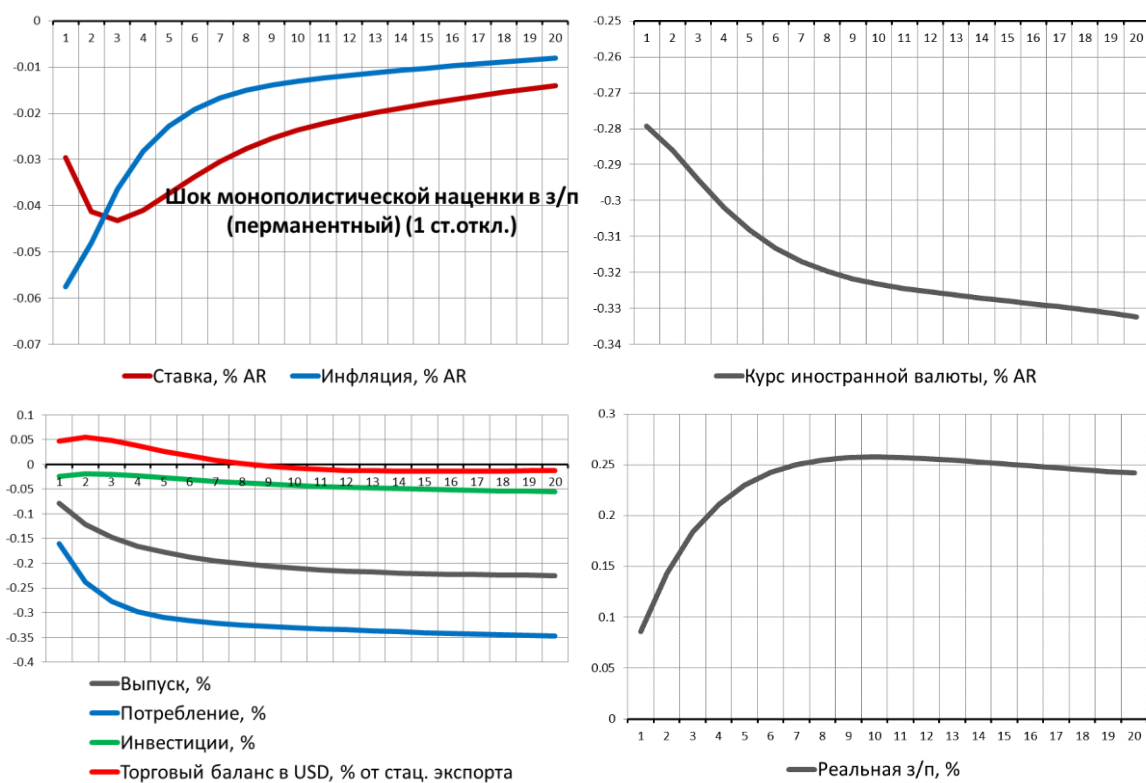


Рис. П-17. IRF на шок экспорта v_{Ext} (1 ст. откл.)

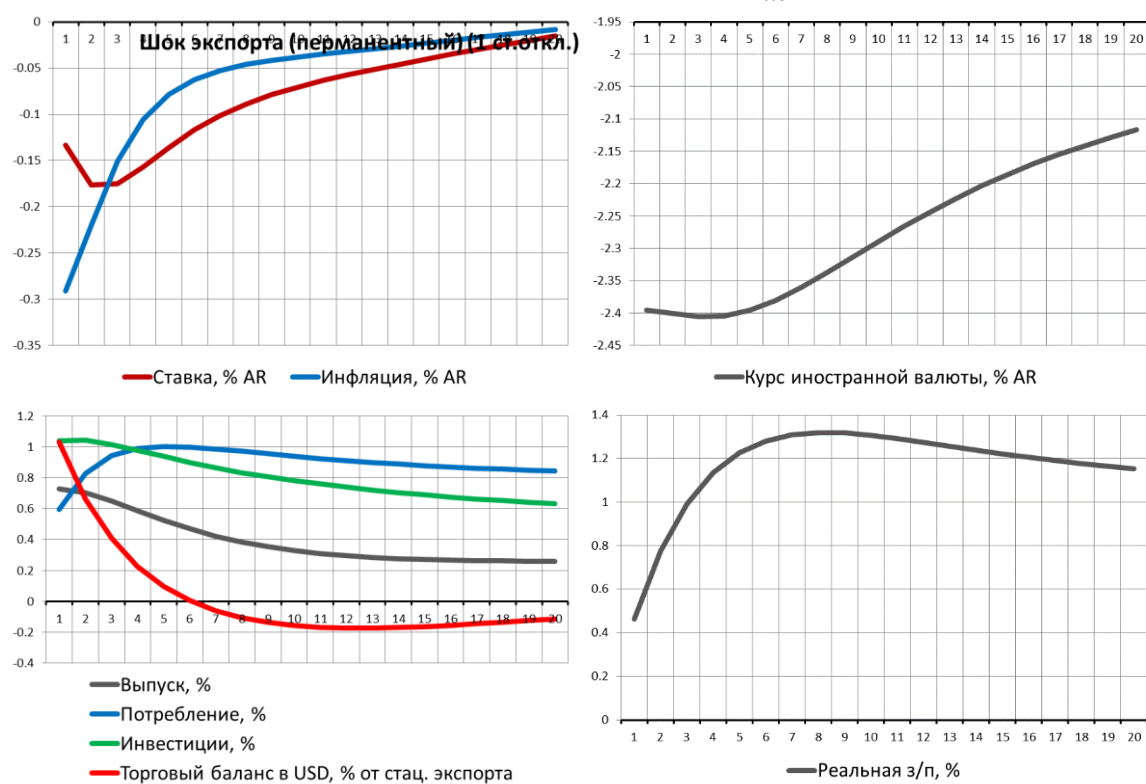


Рис. П-18. IRF на шок импорта v_{IMt} (1 ст. откл.)

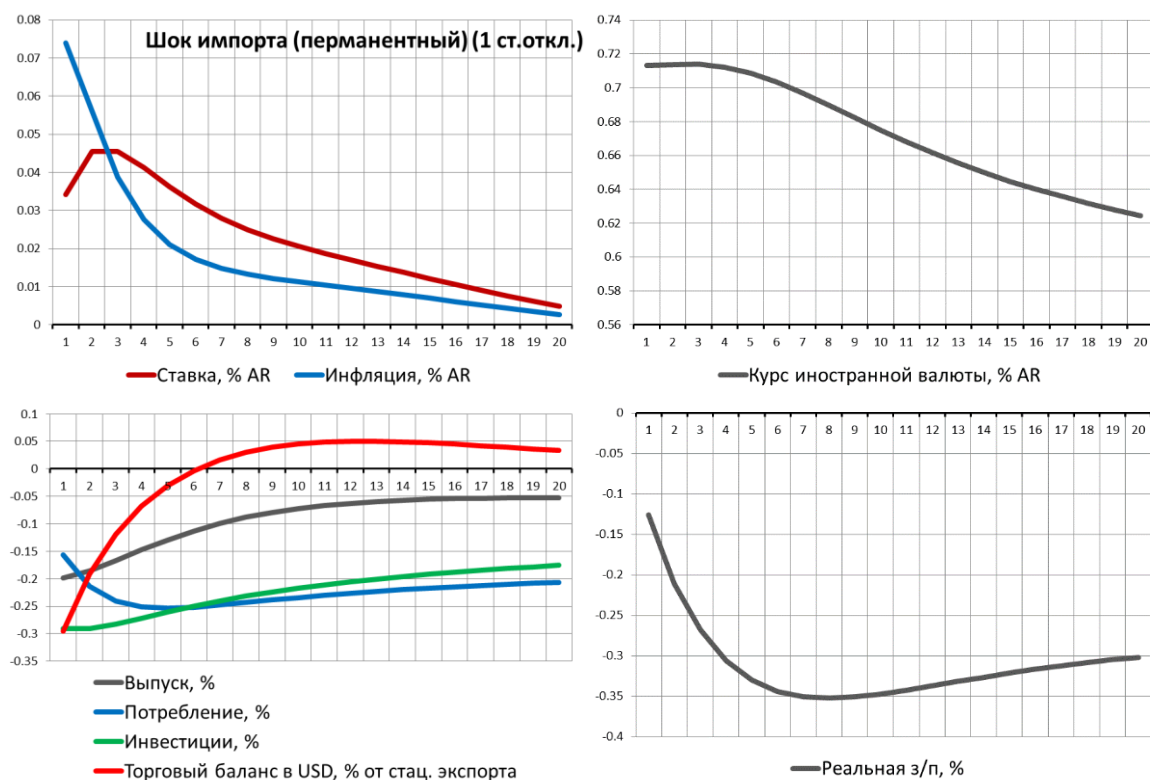


Рис. П-19. IRF на шок рабочей силы v_{Nt} (1 ст. откл.)

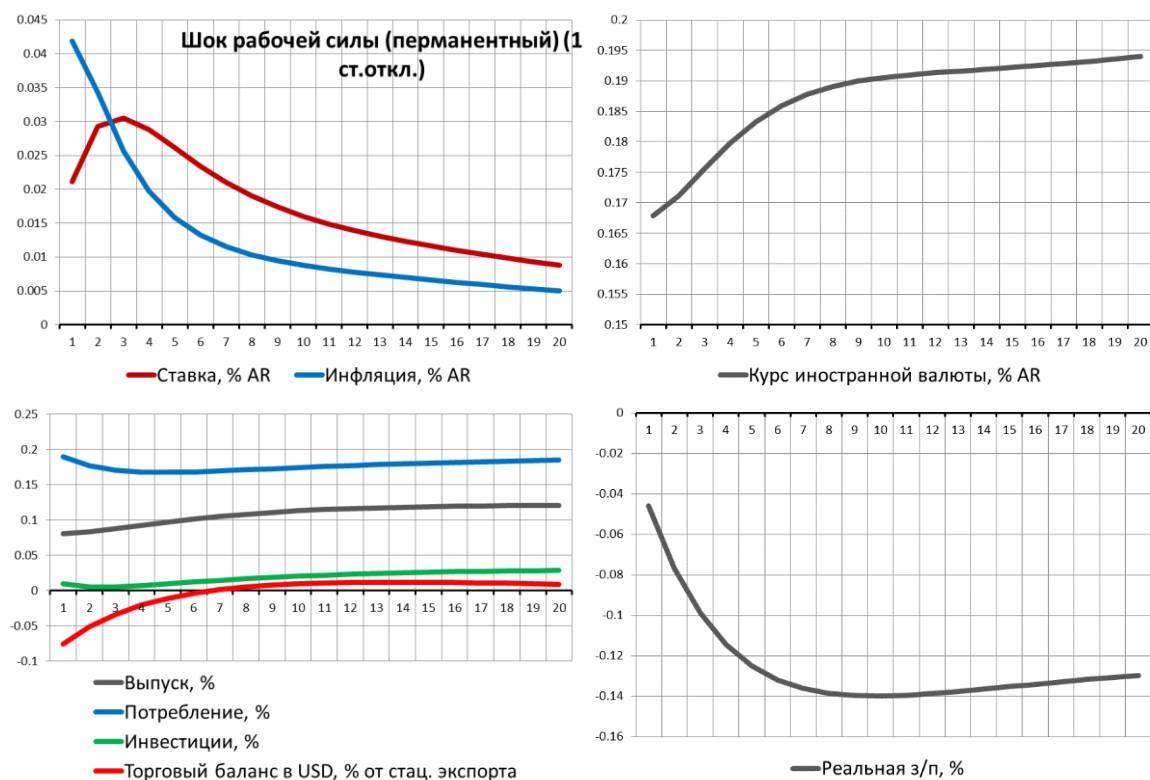
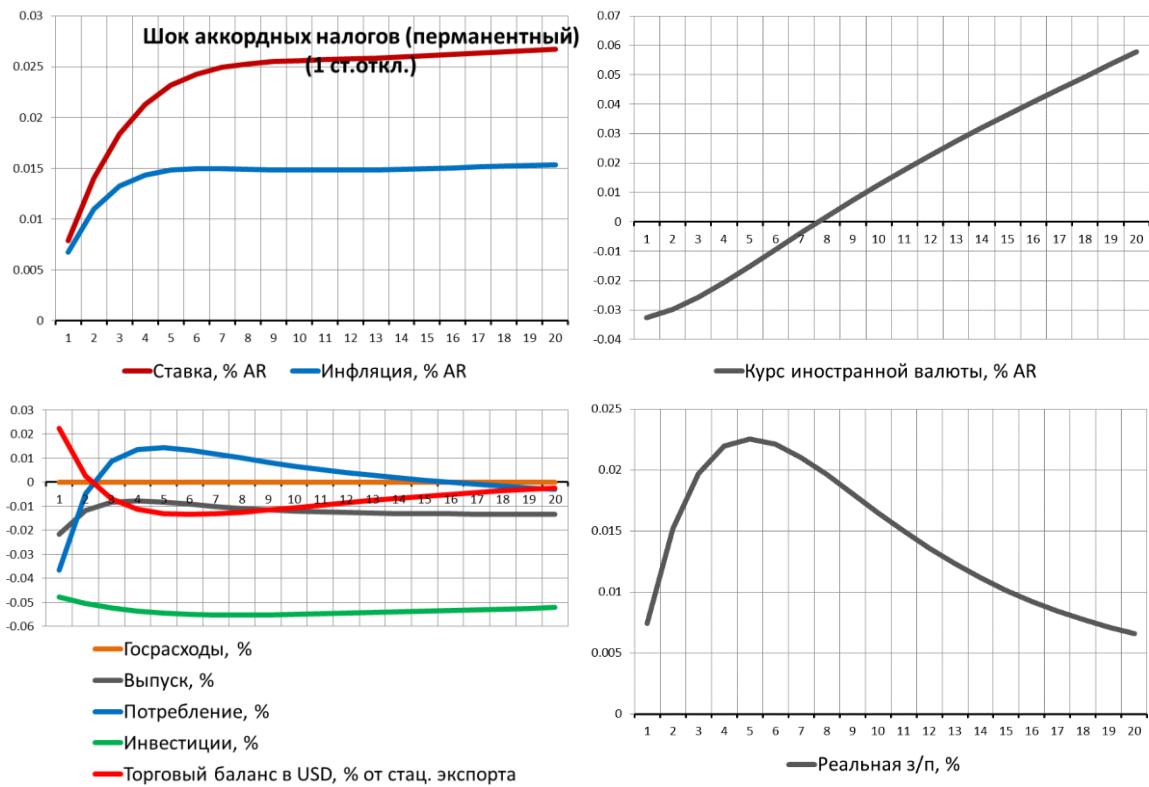
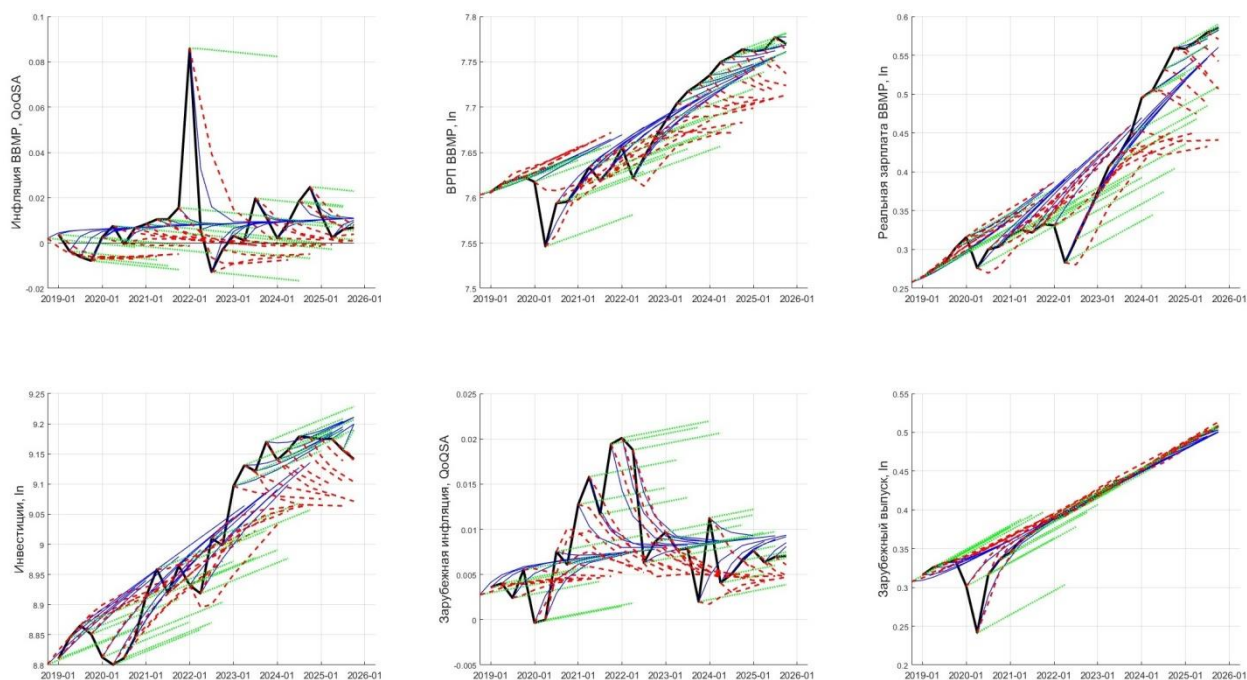


Рис. П-20. IRF на шок аккордных налогов v_{Tt} (1 ст. откл.)



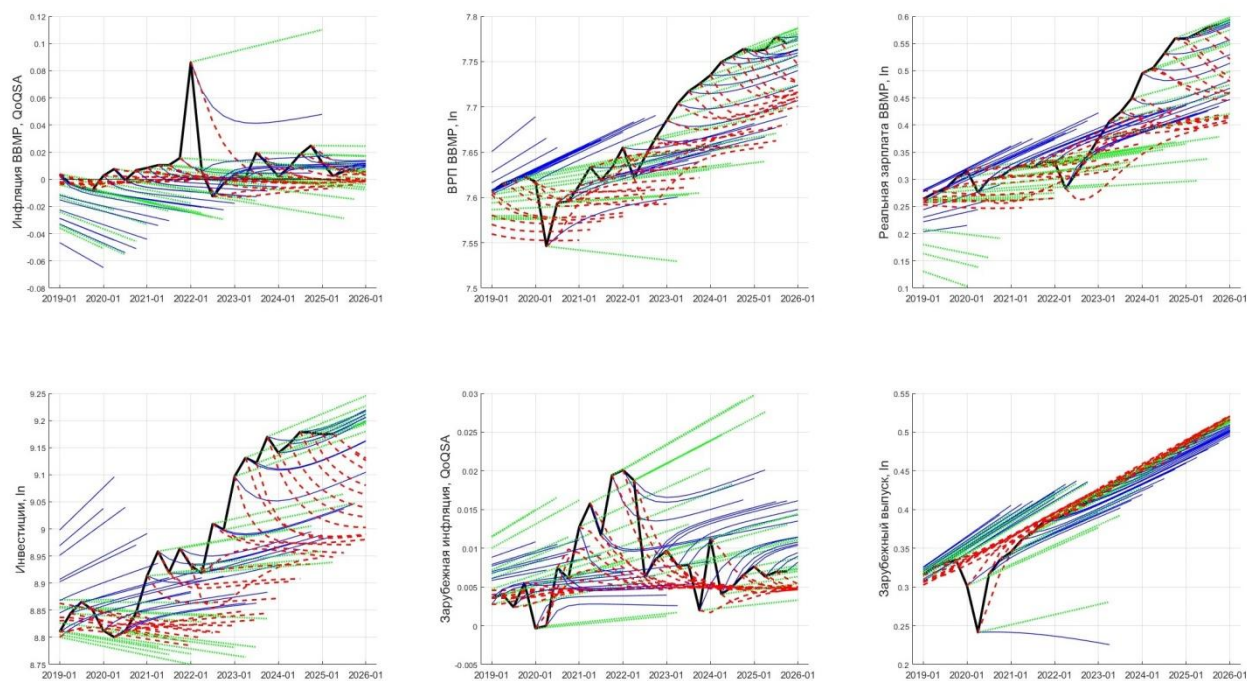
Приложение 3. In- и out-of-sample прогнозирование

Рис. П-21. In-sample прогнозы на основе трех моделей: MARS (красный); AR1 (синий); RW (зеленый)



Примечание. Факт (черный).

Рис. П-22. Out-of-sample прогнозы на основе трех моделей: MARS (красный); AR1 (синий); RW (зеленый)



Примечание. Факт (черный).

Приложение 4. Декомпозиция дисперсии

Табл. П-1. Вклад групп шоков в дисперсию реальной з/п России, %

Кварталы, количество	1	4	8	12	16	20
Внутренние общие	75,9	65,7	54,6	47,5	42,9	39,5
Перманентные	3,9	9,3	17,6	25,1	31,4	36,6
Валютного рынка	11,5	16,6	19,4	19,0	17,8	16,6
Внешние	2,0	3,3	4,4	4,7	4,5	4,2
Монетарной политики	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
Региональные	5,6	3,9	2,7	2,2	2,0	1,8
Секторальные	0,9	1,1	1,2	1,3	1,3	1,2
Агентские (д/х)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Сумма	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
Шоки неоднородности, всего	6,6	4,9	3,9	3,5	3,3	3,1

Источник: расчеты авторов,

Табл. П-2. Вклад групп шоков в дисперсию реальной з/п Волго-Вятского МР, %

Кварталы, количество	1	4	8	12	16	20
Внутренние общие	69,7	62,4	53,0	46,5	42,1	38,8
Перманентные	3,7	8,9	17,0	24,5	30,8	35,9
Валютного рынка	10,8	15,6	18,3	18,0	16,9	15,7
Внешние	1,8	3,0	4,1	4,3	4,1	3,9
Монетарной политики	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
Региональные	13,1	9,0	6,3	5,3	4,8	4,4
Секторальные	0,9	1,0	1,2	1,2	1,2	1,2
Агентские (д/х)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Сумма	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
Шоки неоднородности, всего	13,9	10,0	7,5	6,5	6,0	5,6

Источник: расчеты авторов.

Табл. П-3. Вклад групп шоков в дисперсию реального курса иностранной валюты, %

Кварталы, количество	1	4	8	12	16	20
Внутренние общие	11,0	19,0	21,4	21,6	21,2	20,7
Перманентные	5,4	8,7	12,5	15,8	18,7	21,3
Валютного рынка	75,1	62,7	55,9	52,4	50,1	48,3
Внешние	6,0	7,8	8,6	8,8	8,6	8,4
Монетарной политики	2,2	1,4	1,1	1,0	0,9	0,9
Региональные	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3	0,3
Секторальные	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
Агентские (д/х)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Сумма	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
Шоки неоднородности, всего	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,5

Источник: расчеты авторов.

Табл. П-4. Вклад групп шоков в дисперсию номинального курса иностранной валюты, %

Кварталы, количество	1	4	8	12	16	20
----------------------	---	---	---	----	----	----

Внутренние общие	6,7	9,5	15,5	21,2	25,2	28,1
Перманентные	5,4	8,3	10,2	10,8	11,0	11,0
Валютного рынка	78,5	69,8	59,9	52,9	48,4	45,4
Внешние	6,6	9,8	11,7	12,2	12,4	12,5
Монетарной политики	2,4	1,7	1,3	1,1	1,0	0,9
Региональные	0,3	0,7	1,2	1,5	1,6	1,7
Секторальные	0,1	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4
Агентские (д/х)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Сумма	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
Шоки неоднородности, всего	0,4	0,8	1,4	1,8	2,0	2,1

Источник: расчеты авторов.